# حل نموذج بجروت

(804)-481

موعد (أ)-صيف 2018

www.IQsmart.co.il

معهد IQ

## بكالوريا 2018، 804 موعد صيف (P) :

### السؤال الأول :

(P)

* المسافة بين (P) و (B) هي : 126 كم
* نفرض سرعة السيارة : $V_1$
* ونفرض سرعة الدراجة الهوائية : $V_2$ .
* سارت السيارة مدة ساعة ونصف حتى الالتقاء بينما الدراجة فقد سارت مدة ساعة واحدة .

لنبني جدولا حتى لحظة الالتقاء :

| | سرعة | زمن | مسافة |
|---|---|---|---|
| دراجة هوائية | $V_2$ | 1 | $V_2$ |
| سيارة | $V_1$ | 1.5 | $1.5 \cdot V_1$ |

مجموع المسافات تساوي البعد بين المدينتين ⟸

$$(I) \quad \boxed{V_2 + 1.5V_1 = 126}$$

* قطعت السيارة المسافة التي قطعتها الدراجة الهوائية ( $V_2$ ) بـ 15 دقيقة .

$$(I) \quad \boxed{V_1 \cdot \frac{15}{60} = V_2}$$

نعوض $V_2 = \frac{V_1}{4}$ في المعادلة (I) :

$$\frac{V_1}{4} + 1.5V_1 = 126 \quad / \cdot 4$$

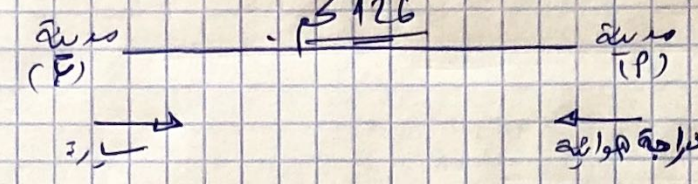
$$V_1 + 6V_1 = 504 \quad / \cdot 7$$

$$\boxed{V_1 = 72 \frac{km}{h}}$$ ← سرعة السيارة

$$\boxed{V_2 = \frac{V_1}{4} = \frac{72}{4} = 18 \frac{km}{h}}$$ ← سرعة الدراجة

www.IQsmart.co.il

(ب)




سرعة السيارة الجديدة : $72+a$ كم/س

سرعة الدراجة الهوائية الجديدة : $18-a$ كم/س

حتى الالتقاء :

| | س | ز | م |
|---|---|---|---|
| دراجة هوائية | $18-a$ | $t$ | $(18-a)t$ |
| سيارة | $72+a$ | $t$ | $(72+a)t$ |

مجموع المسافات = المسافة بين المدينتين.

$$(72+a)t + (18-a)t = 126$$

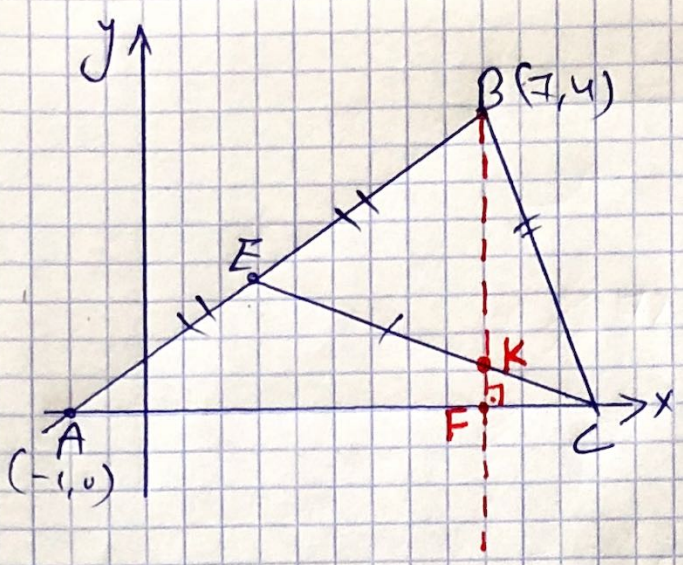
$$126 = 18t - at + 72t + at$$

$$126 = 90t \quad :90$$

$$t = 1.4 \text{ ساعة}$$

www.IQsmart.co.il

## السؤال الثاني :-




$B(7,4)$ , $A(-1,0)$

$E$ (P) هي منتصف القطاع AB :

$$x_E = \frac{x_B + x_A}{2} = \frac{7+(-1)}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0+4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{E(3,2)}$$

(ب) $\Delta EBC$ متساوي الساقين $(BE = BC)$ .

$C(x,0)$ لانها تقع على محور x .

فيه طول EB وتساويه الى طول BC وبه اصبح x للنقطة C :

$$|EB| = \sqrt{(7-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

$$(\sqrt{20})^2 = |BC|^2 = \left(\sqrt{(x-7)^2 + (0-4)^2}\right)^2$$

$$20 = x^2 - 14x + 49 + 16$$

$$0 = x^2 - 14x + 45$$

$$\frac{14 \pm \sqrt{196 - 4 \cdot 45}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$\frac{14 \pm 4}{2} \rightarrow \frac{18}{2} = \boxed{9}$$

$$\rightarrow \frac{10}{2} = \cancel{5}$$

$x_C = 9$ لانه $x_C > x_B$ بالتالي مرفوض.

$$\Rightarrow \boxed{C(9,0)}$$

www.IQsmart.co.il

$X_B = X_K - X_F = 7$ (1) (نقطة)

وبما أن F تقع على المحور x إذاً:

$$\boxed{F(7,0)}$$

لنجد معادلة CE:

$$m_{CE} = \frac{2-0}{3-9} = \frac{2}{-6} = \frac{-1}{3}$$

لنوظف النقطة $C(9,0)$ في المعادلة:

$$y = \frac{-1}{3}x + n$$

$$0 = \frac{-1}{3}(9) + n$$

$$\boxed{n = 3} \Rightarrow \boxed{y_{CE} = \frac{-x}{3} + 3}$$

---

لنوظف $x_K = 7$ في المعادلة ونجد صادي y للنقطة K:

$$y_K = \frac{-7}{3} + 3$$

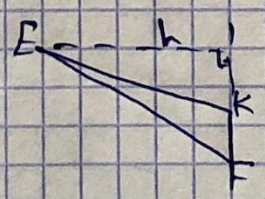
$$\boxed{y_K = \frac{2}{3}} \Rightarrow \boxed{K(7, \frac{2}{3})}$$

---

بما أن KF توازي محور y إذاً طول KF:

$$|KF| = y_K - y_F = \frac{2}{3} - 0 = \boxed{\frac{2}{3}}$$

(2) مساحة $\Delta EKF$:




$$S_{\Delta EKF} = \frac{h \cdot KF}{2}$$

$$* h = x_K - x_E = 7 - 3 = 4$$

$$S = \frac{4 \cdot \frac{2}{3}}{2} = \boxed{\frac{4}{3}} \text{ وحدة مساحة}$$

www.l0smart.co.il

## السؤال الثالث:

(أ)

- نفرض عدد الخوخات : $X$
- عدد الحبات في السلة : $X+2$
- احتمال اخراج حبة تفاح: $\frac{2}{X+2}$
- احتمال ان يا سمين اخرجت تفاحتين بدون اعادة هو احتمال انها اخرجت اول مرة تفاحة $(\frac{2}{X+2})$ وفي المرة الثانية اخرجت تفاح $(\frac{1}{X+1})$

$$\frac{2}{X+2}\cdot\frac{1}{X+1}=\frac{1}{36}$$

* انتبه يا سمين التفاحة خارجًا من هنا، عدد التفاح يقل بـ 1 و العدد الكلي في السلة يقل بـ 1

$$72=(X+2)(X+1)$$

$$72=X^2+X+2X+2$$

$$0=X^2+3X-70$$

$$\frac{-3\pm\sqrt{9-4\cdot(-70)}}{2}=$$

$$\frac{-3\pm17}{2}\begin{cases}\frac{14}{2}=\boxed{7}\\ -\frac{20}{2}=-10\end{cases}$$

كمية حبات الخوخ موجبة

إذًا عدد حبات الخوخ هو $\boxed{7}$.

(ب) الاحتمال بان يا سمين قد اخرجت تفاحة في المرة الثانية هو:

احتمال انها اول مرة لم تخرج تفاحة والمرة الثانية اخرجت تفاحة + احتمال انها اول مرة اخرجت تفاحة والثانية اخرجت تفاحة

$$\frac{1}{36}+\frac{7}{9}\cdot\frac{2}{8}=\frac{8}{36}=\boxed{\frac{2}{9}}$$

$\frac{7}{36}$

احتمال اخراج تفاحة · احتمال اخراج خوخة

معطل $\frac{1}{36}$

www.iqsmart.co.il

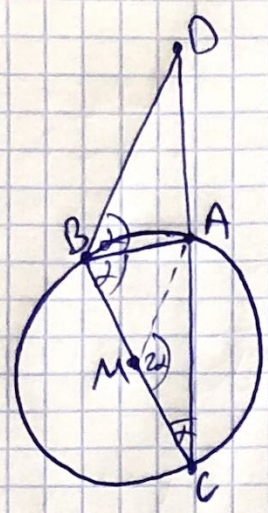
(ב) ①

احتمال ان يكون اخرجت غرتين من نفس النوع = احتمال انها اخرجت تفاحتين + احتمال انها اخرجت فوخشك

$$= \frac{1}{36} + \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1}{36} + \frac{7}{12} = \frac{22}{36} = \boxed{\frac{11}{18}}$$

$$P(\text{اخرجت فوخشك} \mid \text{اخرجت تفاحتين من نفس النوع}) = \frac{\frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8}}{\frac{11}{18}} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{11}{18}} = \frac{7 \cdot 18}{11 \cdot 12} = \boxed{\frac{21}{22}}$$ ②

www.IQsmart.co.il




## السؤال الرابع :

BC قطر الدائرة .

$\measuredangle ABD = \frac{1}{2} \cdot \measuredangle AMC$

(أ) نفرض $\measuredangle ABD = \alpha$ إذًا $\measuredangle AMC = 2\alpha$

نسب النظرية : الزاوية المركزية هي ضعف الزاوية المحيطية المقابلة لنفس الوتر ، من هنا :

$\measuredangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \measuredangle AMC$

$\measuredangle ABC = \alpha$

من هنا ينتج أن $\measuredangle ABC = \measuredangle ABD$ أي AB منصف زاوية في $\triangle BDC$

(ب) نسب النظرية : الزاوية المحصورة بين مماس ووتر مساوية للزاوية المحيطية المقابلة للوتر من الجهة المقابلة ، أي :

$\measuredangle ABD = \measuredangle BCA = \alpha$

من هنا ، $\triangle CBD \sim \triangle CMA$ حسب ز ز ز :

(1) $\measuredangle AMC = \measuredangle DBC = 2\alpha$

(2) $\measuredangle ACM = \measuredangle DCB = \alpha$

(3) $\measuredangle MAC = \measuredangle BDC = 180 - 3\alpha$

(ج) من التشابه في البند السابق :

$\frac{DB}{AM} = \frac{BC}{MC} = \frac{CD}{AC} = 2$

$BC = 2 \cdot MC$

أي : $\frac{BC}{MC} = 2$

من هنا نستنتج أن : AC هي ضعف CD

أي أن A هي منتصف القطع CD

www.iqsmart.co.il

بالتالي AM هي قطعة متوسطة - وذلك لأن A تنصف القطع DC
و M هي منتصف القطع BC .
و يتضح أن DB ∥ AM و AM تساوي نصف BD .

(د) $AB=AM=MB=R$ (معطى) $\triangle ABM$ متساوي الأضلاع.

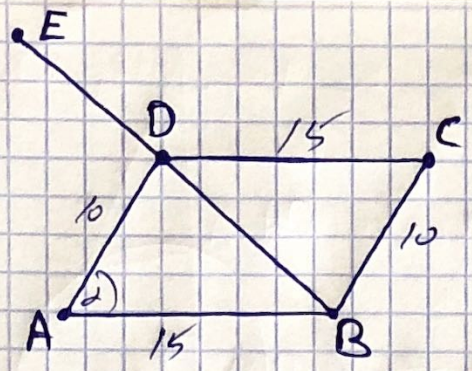
$\measuredangle ABM=\alpha=60^\circ$ ومنها
$\measuredangle ABD=\measuredangle ACB=60^\circ$
$\measuredangle AMC=120^\circ$

وبما أن المستقيم $AM=\frac{1}{2}BD$
أي $BD=2AM$
$\boxed{BD=2R}$
وكذلك $BC=2R$

$$S_{\triangle CBD}=\frac{BD\cdot BC\cdot \sin(\measuredangle DBC)}{2}=\frac{2R\cdot 2R\cdot \sin(120^\circ)}{2}=\boxed{\sqrt{3}R^2}$$

مساحة المثلث CBD بدلالة R .

www.IQsmart.co.il




## السؤال الخامس :-

$BC=10$ , $AB=15$

ABCD متوازي الاضلاع .

$\measuredangle DAB=\alpha$ $(\alpha<90^\circ)$

$$S_{\triangle BAD}=\frac{AD\cdot AB\cdot\sin(\alpha)}{2} \quad (P)$$

$$S_{\triangle ABD}=\frac{15\cdot 10}{2}\sin(\alpha)=\boxed{75\sin(\alpha)}$$

(ب) قطر متوازي الاضلاع يقسم المتوازي الاضلاع الى مثلثين متطابقين لهم نفس المساحة , اي :

$$\text{مساحة متوازي الاضلاع}=2\cdot \text{مساحة المثلث ABD}$$

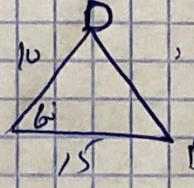
$$\therefore 75\sqrt{3}=2\cdot 75\sin(\alpha)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin(\alpha)$$

$\alpha=120^\circ$ ; $\alpha=60^\circ$

$\alpha=60^\circ$ اذا $\alpha<90^\circ$ فان

(ج) ← بالاعتماد على الرسم :




$\triangle ADB$ :

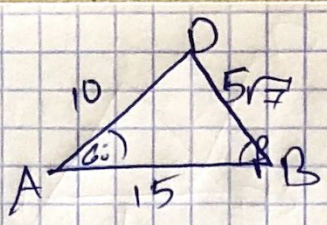
$$(BD)^2=(AD)^2+(AB)^2-2\cdot AB\cdot AD\cos(60)$$

$$BD^2=100+225-2\cdot 150\cdot\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{BD^2}=\sqrt{175}=\sqrt{25\cdot 7}=5\sqrt{7}$$

$$\boxed{BD=5\sqrt{7}}$$

www.IQsmart.co.il




(א) (ב) $\triangle ABD$

$\measuredangle ABD = \beta$

משפט הסינוסים: $\sin$ מול $60°$ ←

$$\frac{AD}{\sin(\measuredangle ABD)} = \frac{BD}{\sin(\measuredangle BAD)}$$

$$\frac{10}{\sin(\beta)} = \frac{5\sqrt{7}}{\sin(60°)}$$

$$10 \cdot \sin(60°) = 5\sqrt{7} \cdot \sin(\beta)$$

$$\frac{5\sqrt{7}}{2} = 5\sqrt{7} \cdot \sin(\beta)$$

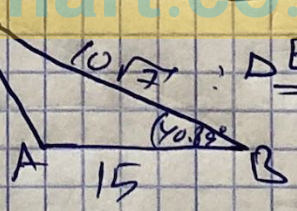
$$\sqrt{\frac{3}{7}} = \sin(\beta)$$

$$\boxed{\measuredangle ABE = \beta = 40.89°}$$

(2)

$$EB = 2 \cdot BD$$

$$EB = 2 \cdot 5\sqrt{7} = 10\sqrt{7}$$




נמצא את $AE$ על ידי משפט הקוסינוס:

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2AE \cdot BE \cdot \cos(\measuredangle ABE)$$

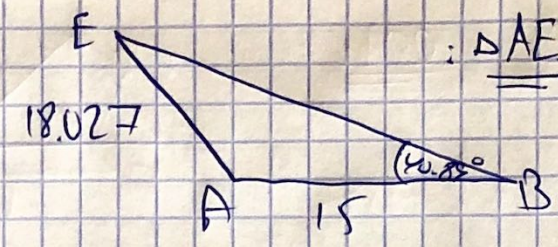
$$AE^2 = 15^2 + (10\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 10\sqrt{7} \cdot 15 \cdot \cos(40.89°)$$

$$AE^2 = 925 - 300\sqrt{7} \cdot \cos(40.89°)$$

$$\sqrt{AE^2} = \sqrt{324.969}$$

$$\boxed{AE = 18.027}$$

www.IQsmart.co.il




: $\triangle AEB$

ב. לפי חוק ה sin המורחב:

$$\frac{AE}{\sin(\angle ABE)} = 2R$$

* $R$ - רדיוס המעגל החוסם את $\triangle ABE$

$$\therefore \frac{18.027}{\sin(40.89°)} = 2R$$

$$\boxed{R = 13.769}$$

ומכאן נובע כי $\triangle ABE$ חדה זוויות.

www.IQsmart.co.il

## السؤال السادس :-

$$f(x)=\frac{1}{(x-3)^2}+4$$

$x-3\neq 0$ ① (P)

$\boxed{x\neq 3}$

② خط تقارب عمودي :

$$f(3)=\frac{1+4(x-3)^2}{x-3}$$

$$f(3)=\frac{1+4(3-3)^2}{3-3}=\frac{1}{0}=\frac{\text{عدد}}{0}\Rightarrow$$ خط تقارب عمودي

خط تقارب افقي :

$$[f(\infty)]=\lim_{x\to\infty} f(x)=\frac{1}{(\infty-3)^{\infty}}+4=\underline{\underline{4}}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\frac{1}{(-\infty-3)^{\infty}}+4=\underline{\underline{4}}$$

www.IQsmart.co.il

ص هيا : $\boxed{x=3}$ ، $\boxed{y=4}$ خطوط تقارب للدالة . $\lim_{x\to\pm\infty}$

③

$$\boxed{f'(x)=\frac{-2(x-3)}{(x-3)^4}}=0$$

$0=-2(x-3)$

$x-3=0$

$\boxed{x=3}$ مرفوض لانه يجعل المقام = صفر

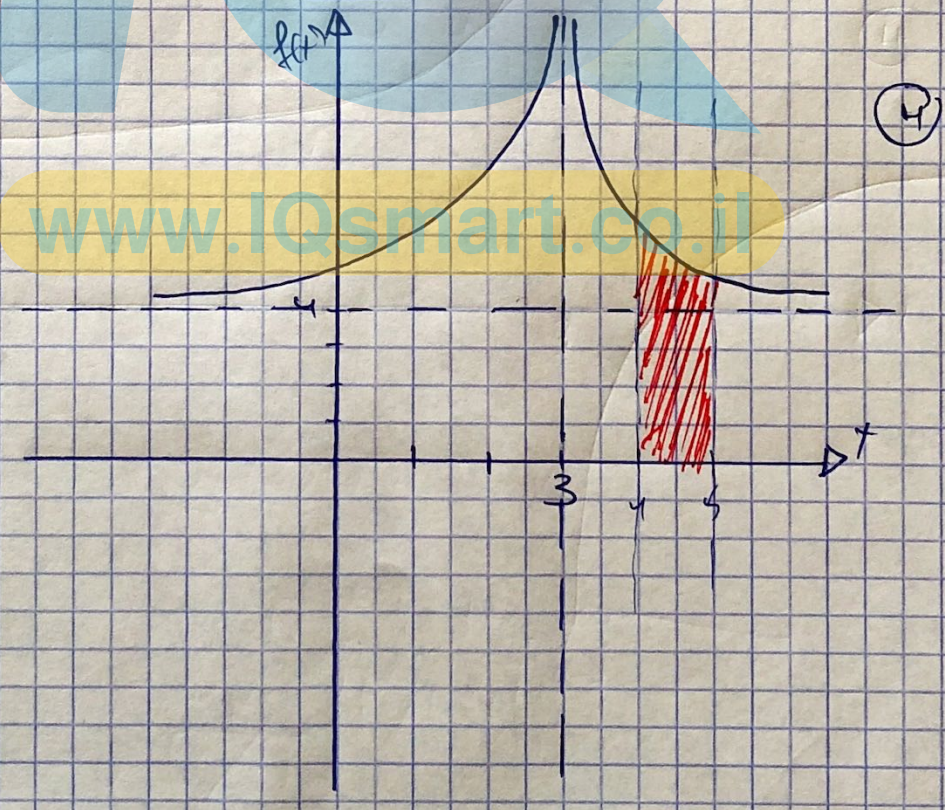
| | ① $x<3$ | $x=3$ | ② $x>3$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | 0 | − |
| $f(x)$ | ↗ | 1 | ↘ |

$$f'(0)=\frac{-2(0-3)}{(0-3)^4}=\frac{+}{+}=+$$

$$f'(4)=\frac{-2\cdot(4-3)}{(4-3)^4}=\frac{-}{+}=-$$

$x<3$ : مجال تصاعد الدالة ↑

$x>3$ : مجال تنازل الدالة ↓




www.IQsmart.co.il

(ب) المساحة المطلوبة هي المساحة المظللة

$$\int_4^5 f(x)\,dx = \int_4^5 \frac{1}{(x-3)^2} + 4\,dx = \int_4^5 (x-3)^{-2} + 4\,dx$$

$$= -(x-3)^{-1} + 4x \Big|_4^5 = \frac{-1}{x-3} + 4x \Big|_4^5$$

$$\text{المساحة المظللة} = \left[\frac{-1}{5-3} + 4(5)\right] - \left[\frac{-1}{4-3} + 4(4)\right] = \boxed{4.5}$$

(19.5 = 20 − 0.5 ; 15 = 16 − 1)

وحدة مساحة

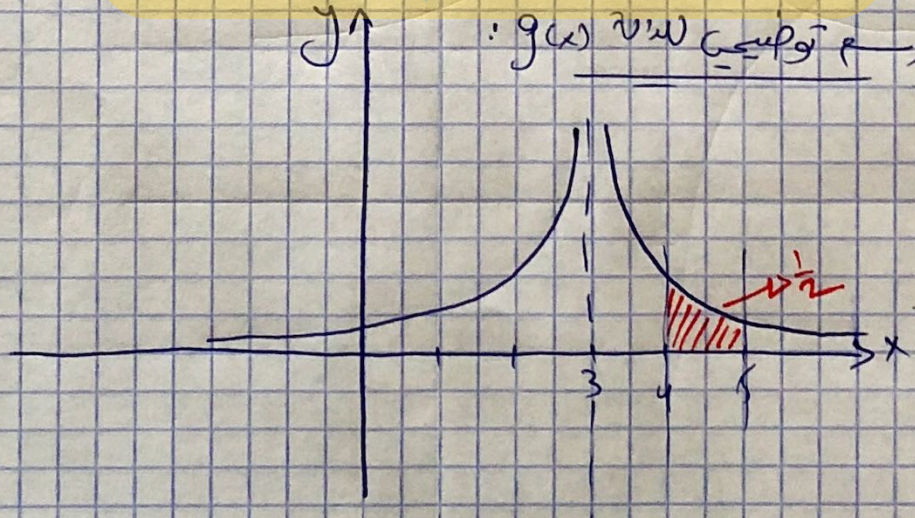
(د) $g(x) = f(x) - 4$

الدالة $g(x)$ هي إزاحة 4 وحدات للدالة $f(x)$ باتجاه السالب لمحور y ، حيث هنا الرسم البياني للدالة $f(x)$ يتم إزاحته 4 وحدات إلى الأسفل ، إذاً المساحة المطلوبة هي

$$\int_4^5 g(x)\,dx = \int_4^5 [f(x)\,dx] - 4 = 4.5 - 4 = \boxed{\frac{1}{2}}$$

وحدات مساحة

رسم توضيحي للدالة $g(x)$ :




www.IQsmart.co.il

## السؤال الرابع:

$f(x)=x^3\cdot\sqrt{x+a}$

(أ) $x+a\geq 0$

$\boxed{x\geq -a}$

(ب) نعوّض النقطة $(2,24)$ في الدالة ونجد $a$:

$24=2^3\cdot\sqrt{2+a}$ :8

$3=\sqrt{2+a}$ $^2$

$9=2+a$

$\boxed{a=7}$

(جـ) ① تقاطع الدالة مع محور $x$: $(x,0)$

$0=x^3\cdot\sqrt{x+a}$

$\boxed{x=0}$

$x+a=0$

$x=-a$

$\boxed{x=-7}$

تقاطع الدالة مع محور $y$: $(0,y)$

$f(0)=0^3\cdot\sqrt{0+7}$

$f(0)=0$.

$\boxed{(-7,0)}\ \boxed{(0,0)}$ ⟸

$f'(x)=3x^2\cdot\sqrt{x+7}+\frac{1}{2\sqrt{x+7}}\cdot x^3$ ②

$f(x)=\frac{3x^2\cdot 2(\sqrt{x+7})^2+x^3}{2\sqrt{x+7}}$

$\boxed{f'(x)=\frac{6x^2+x^3}{2\sqrt{x+7}}}$

www.IQsmart.com

$\therefore f'(x)=0$

$$0=6x^2+x^3$$

$$0=x^2(6+x)$$

$x=0$ $\qquad$ $x=-6$

$f(0)=0$ , $f(-6)=(-6)^3\cdot\sqrt{-6+7}=-216$

| | $-7<x<-6$ | $x=-6$ (-6.5) | $-6<x<0$ (-1) | $x=0$ | $x>0$ (1) |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | − | 0 | + | 0 | + |
| $f(x)$ | ↘ | min ∪ | ↗ | לא קיים | ↗ |

$$f'(-6.5)=\frac{6(-6.5)^2+(-6.5)^3}{2\sqrt{-6.5+7}}=\frac{-}{+}=-$$

$$f'(-1)=\frac{6(-1)^2+(-1)^3}{2\sqrt{-1+7}}=\frac{+}{+}=+$$

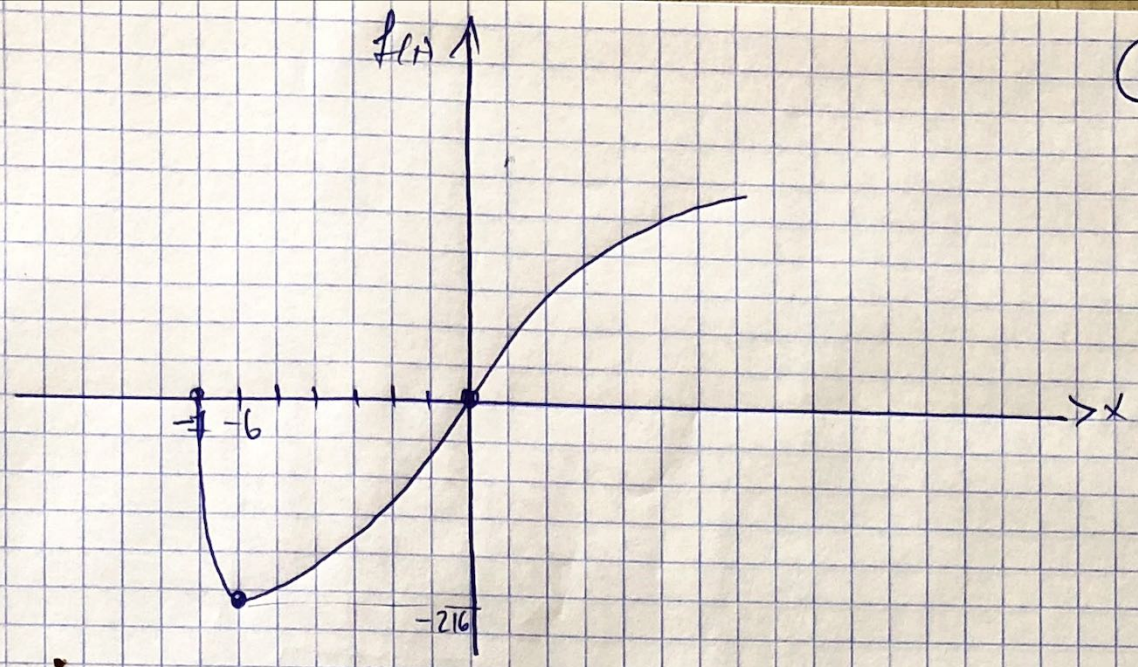
$$f'(1)=\frac{6+1}{2\sqrt{1+7}}=\frac{+}{+}$$

$f(-7)=0$ $\qquad$ :לפנים

$(-7,0)$ max

$(-6,-216)$ min

www.IQsmart.co.il




④ موجبة: $f(x)>0$ : $\boxed{x>0}$

سالبة: $f(x)<0$ : $\boxed{-7<x<0}$

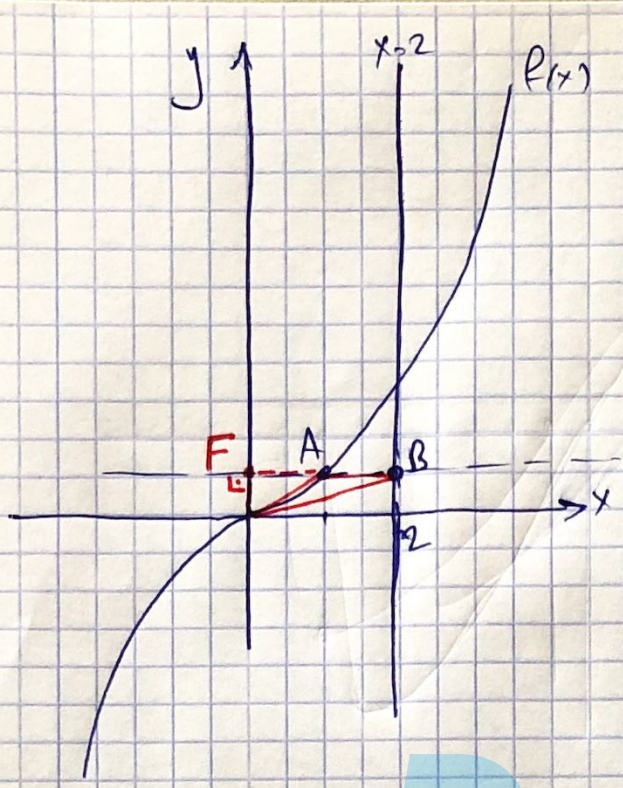
(د) $g(x)$ عبارة عن إزاحة $c$ وحدات لدالة $f(x)$.

من اجل ان تمس الدالة المحور $x$ ، فيجب ان تكون نقطة الـmin على محور $x$ ، اي علينا إزاحة $f(x)$ 216 وحدة باتجاه الموجب لمحور y ، اي: $\boxed{c=216}$

وهناك امكانية اخرى وهي $\boxed{c=0}$ والتي بها $g(x)=f(x)$ حيث ان $f(x)$ تمس محور $x$ في النقطة $\underline{(-7,0)}$.

اذا امكانيات $c$: $\boxed{c=0}$ أو $\boxed{c=216}$

www.IQsmart.co.il




## السؤال الثامن :

$x=2$ , $f(x)=x^3$

$0 < x_A < 2$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{OF \cdot AB}{2} \quad (P)$$

* $OF$ ارتفاع كل المثلثات $AB$ .

نفرض $x_A = t$ إذا :

$$y_A = f(t) = t^3$$

$$y_A = y_B = t^3$$

$$\Rightarrow \boxed{A(t, t^3)}$$

$$\boxed{B(2, t^3)}$$

في طول $AB$ :

$AB$ يوازي محور $x$ إذا طوله :

$$|AB| = x_B - x_A = \boxed{2-t}$$

في طول ارتفاع المثلث :

$$y_F = y_A = t^3$$

$$|OF| = y_F = \boxed{t^3}$$

من هنا ⟸ نجد مساحة المثلث :

$$S_{\Delta AOB} = \frac{OF \cdot AB}{2} = \frac{t^3 \cdot (2-t)}{2} = g(x).$$

$$g'(x) = \frac{3t^2(2-t) + (-1)\cdot t^3}{2} = \frac{6t^2 - 3t^3 - t^3}{2}$$

$$g(x) = \frac{6t^2 - 4t^3}{2} = \boxed{3t^2 - 2t^3}$$

⟸

www.IQsmart.co.il

$g(x)=0$ :

$$0=3t^2-2t^3$$

$$0=t^2(3-2t)$$

$t=0$ ✗ $0<t<2$ ✓

$3-2t=0$

$2t=3$

$t=1.5$

نفرض اذا $t=1.5$ يعطينا أكبر مساحة للمثلث بالمعادلة التي أوجدناها :

$$g''(x)=\frac{6t-6t^2}{2}=\boxed{3t-3t^2}$$

$$g''(1.5)=3\cdot1.5-3(1.5)^2=-2.25$$ اذا النقطة $\max x$ :

حيث : $x_A=1.5$ يعطينا المساحة .

$$y_A=(1.5)^3=3.375$$

$$\Rightarrow \boxed{A(1.5,3.375)}$$

www.IQsmart.co.il

$$S_{\triangle ABO}=\frac{(1.5)^3(-1.5+2)}{2}=\boxed{\frac{27}{32}}$$ وحدة مساحة . (4)