حل نموذج بجروت

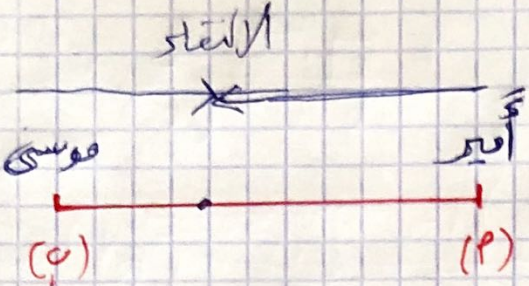
(806)-581

موعد (أ)-صيف 2018

www.IQsmart.co.il

معهد IQ

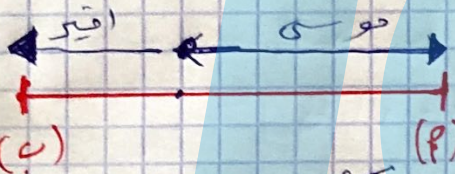
سؤال 1 :



نفرض سرعة أمير V
وسرعة موسى V_1
حتى الالتقاء سار الاثنان نفس المدة الزمنية T

المسافة	الزمن	السرعة	
$V.T$	T	V	أمير
$V_1.T$	T	V_1	موسى

بعد اللقاء :



زمن أمير حتى (ب) $= 2$
مسافة أمير حتى (ب) = مسافة موسى الأولى $= V_1T$
وهي أيضاً مسافة أمير $= 2V$

$\Leftarrow$ (*) $V_1T = 2V$

زمن موسى حتى (أ) $= 8$
مسافة موسى حتى (أ) = مسافة أمير الأولى $= VT$
$\Leftarrow$ (*) $8V_1 = VT$

www.iqsmart.co.il

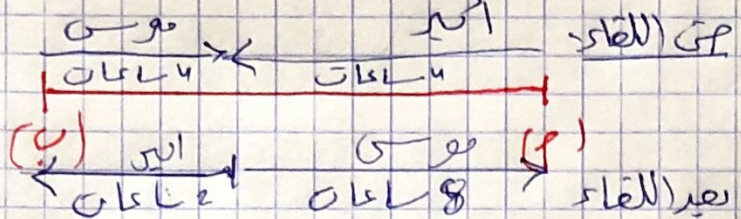
من جهة أخرى مسافة موسى $= 8V_1$
إذاً حصلنا على معادلتين بمتغيرين :

(*) $V_1T = 2V$
(**) $8V_1 = VT$

(*) : (**) نقسم المعادلتين $\rightarrow \frac{V_1T}{8V_1} = \frac{2V}{VT} \Rightarrow T^2 = 16 \Rightarrow \boxed{T = 4}$

إذاً التقى أمير وموسى بعد 4 ساعات من خروجهما
أي الساعة $6 + 4 = \boxed{10:00}$

ب.1



حتى الالتقاء

سار كل من أمير وموسى 4 ساعات.

بعد اللقاء:

قطع أمير نفس المسافة التي قطعها موسى (خلال 4 ساعات) خلال ساعتين من الزمن ولذلك بما أن المسافة تتناسب زمن موسى ضعف زمن أمير إذاً سرعة أمير ضعف سرعة موسى.

تذكر: عندما تكون المسافة التي يقطعها جسمان تتناسب طرديا فإن النسبة بين السرعات هي مقلوب النسبة بين الأزمنة:

$$\frac{\text{زمن أمير}}{\text{زمن موسى}} = \frac{\text{سرعة موسى}}{\text{سرعة أمير}} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{V_1}{V} \Rightarrow \boxed{V = 2V_1} \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{V}{2}}$$

المسافة الكلية بين البلدين هي:

$$V_1 T + VT \leftarrow \frac{V}{2}\cdot 4 + V\cdot 4$$

$$2V + 4V = \boxed{6V}$$

إذاً المسافة بين (أ) و(ب) هي:

ب.2

نفرض سرعة جسم X ، المسافة بينهما 6V

زمن جسم X هو $\frac{6V}{X}$ ويتحقق $2 < \frac{6V}{X} < 8$

$$X > 0 \Rightarrow 2X < 6V < 8X$$

$$2X < 6V \Rightarrow 6V < 8X$$

$$X < 3V \Rightarrow \frac{3}{4}V < X$$

$$\boxed{\frac{3}{4}V < X < 3V}$$

www.iqsmart.co.il

سؤال 2 :

لتكن a_n متوالية هندسية متقاربة لمجموعها سالب a_1 هو الحد الأول.

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \text{سالب}$$

بما أن المتوالية متقاربة لذلك $0 < |q| < 1$ وبالتالي $1-q > 0$

بالضرورة، من هنا لكي يكون $\frac{a_1}{1-q}$ سالب يجب أن يتحقق $a_1 < 0$

لأنه عندها سيكون البسط سالب والمقام موجب والمجموع سالب.

وفقط الأرباع III يمر فيها هذه الإحداثيات

الأرباع الصحيح III

ب. متوالية الحدود في الأماكن الفردية هي:

$a_1, a_3, a_5, \ldots$

حدها الأول هو a_1 وأساسها هو q^2

مجموعها $R = S_{\text{فردي}} = \frac{a_1}{1-q^2}$

متوالية الحدود في الأماكن الزوجية هي:

$a_2, a_4, a_6, \ldots$

حدها الأول $a_2 = a_1 \cdot q$ وأساسها q^2

ولذلك مجموعها هو

$$T = S_{\text{زوجي}} = \frac{a_1 \cdot q}{1-q^2}$$

معطى أن $T + p \cdot R = 0$ بحيث p برامتر أي بتحقق:

$$\frac{a_1}{1-q^2} + \frac{a_1 q}{1-q^2} \cdot p = 0 \Rightarrow \frac{a_1(1+pq)}{1-q^2} = 0$$

$$\Rightarrow a_1(1+pq) = 0$$

لذلك $a_1 < 0$ $\leftarrow$ $p \cdot q + 1 = 0$

$$\Rightarrow p \cdot q = -1 \Rightarrow \boxed{p = -\frac{1}{q}}$$

www.iqsmart.co.il

ب) بما أن b_n متوالية هندسية أساسها p أي $\frac{1}{q}$ ($p=\frac{1}{q}$).
بما أن a_n متوالية هندسية متقاربة وأساسها q
لذلك $-1<q<1$ و $q\neq 0$.
وبالتالي $\frac{1}{q}<-1$ أو $\frac{1}{q}>1$ ومنها
$\frac{1}{q}<-1$ أو $1<\frac{1}{q}$ $\Leftarrow$ $p<-1$ أو $p>1$
- بالتالي b_n ليست هندسية متقاربة.

ج) إذا كان p سالب أي $p<0$ إذاً $p=\frac{1}{q}<0$
وبالتالي $q>0$
وحالات q التي المتوالية a_n الهندسية المتقاربة
إذاً $0<q<1$

$$a_{n+1}=a_1\cdot q^n$$
$$a_n=a_1\cdot q^{n-1}$$
$$a_{n+1}-a_n=a_1\cdot q^n-a_1\cdot q^{n-1}$$
$$=a_1\cdot q^{n-1}(q-1)>0$$
$$-\cdot+\cdot-$$

تفسير سلبية: $0<q<1$ لذلك $q-1<0$
$a_1<0$ حتى يكون
$q>0 \Leftarrow q^{n-1}>0$.

حيث أن a_1 سالب لذلك عندما نضرب عدد سالب بعدد موجب أصغر من 1 ($0<q<1$) سيكبر لأننا ضربناه بكسر موجب أي يحقق $a_{n+1}>a_n$
والمتوالية تصاعدية.

سؤال 3

لحساب المعطيات:

37٪ من الطلاب الذين تقدموا للامتحان استعانوا بأصدقائهم

إذن 63٪ (100٪-37٪) لم يستعينوا بأصدقائهم

$\frac{35}{37}$ من الذين استعانوا بأصدقائهم نجحوا في الامتحان.

أي يتحقق:- $P(\text{نجحوا بالامتحان} \mid \text{استعانوا بأصدقائهم}) = \frac{35}{37}$

$$\Rightarrow \frac{P(\text{استعانوا بأصدقائهم} \cap \text{نجحوا بالامتحان})}{\underbrace{P(\text{استعانوا بأصدقائهم})}_{0.37}} = \frac{35}{37}$$

$$\Rightarrow P(\text{استعانوا بأصدقائهم} \cap \text{نجحوا بالامتحان}) = 0.37 \cdot \frac{35}{37} = 0.35$$

ترتيب المعطيات في جدول ثنائي الأبعاد

www.IQsmart.co.il

	استعانو بأصدقاء	
نجح بالامتحان	0.35	0.91
لم ينجح بالامتحان	0.37-0.35 ↑ 0.02	0.09
	0.37	1

	استعانو بأصدقاء	المجموع
	0.63-0.07 ↑ 0.56	0.91
	$\frac{0.35}{5}$ = 0.07	0.09
	1-0.37 = 0.63	1

يحسب المعطيات عدد الطلاب الذين لم يستعينوا بأصدقاء ولم ينجحوا يشكل $\frac{1}{5}$ الذين استعانوا ونجحوا بالامتحان (0.35) لذلك:

$$P(\text{لم يستعينوا} \cap \text{لم ينجحوا}) = 0.35 \cdot \frac{1}{5} = 0.07 \quad *$$

ب- $P(\text{انتعان بالصداع} \mid \text{لم ينجح بالامتحان}) = \frac{P(\text{انتعان بالصداع} \cap \text{لم ينجح بالامتحان})}{P(\text{لم ينجح بالامتحان})}$

$= \frac{0.02}{0.09} = \frac{2}{9}$ حسب الجدول

ب- بما أنه انتعان بالصداع.

أي لم تنتعن بالصداع.

$P(\text{بارا تنجح بالامتحان} \mid \text{انتعان بالصداع}) = \frac{P(\cap)}{P(\text{انتعان})} = \frac{0.35}{0.37} = 0.9459$ حسب الجدول

$P(\text{أمل تنجح} \mid \text{لم تنتعن بالصداع}) = \frac{P(\cap)}{P(\text{لم تنتعن})} = \frac{0.56}{0.63} = 0.8889$ حسب الجدول

إذا احتمال نجاح بارا بالامتحان أكبر من احتمال نجاح أمل

0.945 0.888

$P(\text{لم تنتعن بالصداع} \cap \text{نجح بالامتحان}) = 0.56$ حسب الجدول

احتمال ما يتحقق الاحتمال أن $\frac{1}{3}$ صديقي أي طالبين نجحوا بالامتحان هو:

$\binom{6}{2} \cdot (0.56)^2 \cdot (1-0.56)^4 = 0.1763$

ج- الاحتمال أن يتحقق أحد الشرطين على الأقل هو

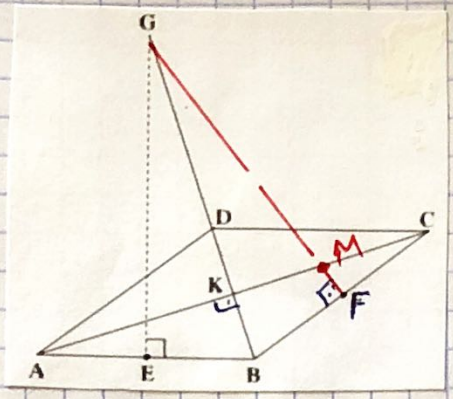
$P(I \cup II) = P(I) + P(II) - P(I \cap II)$

انتعان بالصداع — نجح بالامتحان

$0.37 + 0.09 - 0.02 = 0.44$

www.iqsmart.co.il

حل سؤال 4



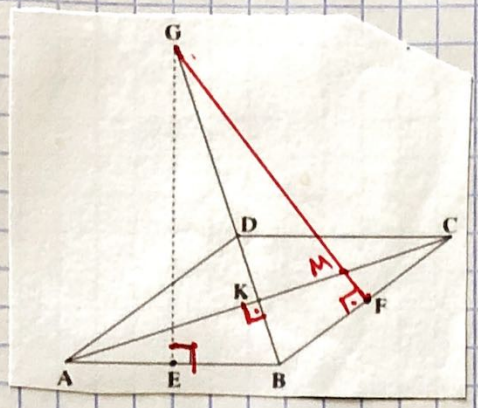
ABCD معين بحيث المعطيات
E, F منتصفات الأضلاع
K نقطة التقاء الأقطار.
GE عمود على AB. عمود متوسط لـ AB.

1. لكي نبرهن أن G هي مركز الدائرة التي تحصر المثلث ABC. يجب أن نبرهن أنّ النقطة G هي ملتقى الأعمدة المتوسطة في المثلث ABC :-

بما أن K هي نقطة التقاء أقطار المعين
وأقطار المعين متعامدة ومنتصفة لبعضها لذلك:
AK=KC ، AK=BK إذاً BK عمود متوسط على الضلع AC.
G هي تقاطع امتداد BK مع EG.
EG هو عمود متوسط على الضلع AB.
إذاً G هي ملتقى عمودين متوسطين (على الضلعين AB, AC) في المثلث ABC إذاً بالضرورة العمود المتوسط الثالث (على الضلع BC) يمر بالنقطة G. وبالتالي G ملتقى الأعمدة المتوسطة في المثلث ABC وستحقق أن G مركز الدائرة المحاطة وهو المطلوب (P1)

ب. ΔMFC ≈ ΔBKC
F منتصف BC، BF=FC
G هي مركز الدائرة المحاطة لـ ABC وبالتالي FG عمود متوسط للضلع BC ⇐ ∠F=90° ، ∠F=∠K=90°
∠C=∠C مشتركة في المثلثين
إذاً ΔMFC ≈ ΔBKC حسب (ز ز)

www.iqsmart.co.il



$\Delta BKC \sim \Delta BFG$ ✗

$\angle B = \angle B$ مشتركة في المثلثين

$\angle K = \angle GFB = 90$

إذاً يتشابه المثلثان حسب (ز ز)

وهو المطلوب (أ)

ب) بما أن $\Delta MFC \sim \Delta BFG$

إذاً تتحقق: $\frac{MC}{BG} = \frac{MF}{BF}$ النسبة بين الأضلاع المتناظرة متساوية

BC تنتصف F $BF = FC$

$\Rightarrow \frac{MC}{BG} = \frac{MF}{CF}$

وهو المطلوب (ب)

ج) بما أن $\Delta MFC \sim \Delta BKC$ إذاً تتحقق:

$\frac{MF}{BK} = \frac{CF}{CK} \Rightarrow \frac{MF}{CF} = \frac{BK}{CK}$ النسبة بين الأضلاع المتناظرة متساوية

وهو المطلوب (ج)

(2.أ) R هو نصف قطر الدائرة المارة بـ ΔABF

r هو نصف قطر الدائرة المارة بـ ΔBDF

CK عمود منصف على الضلع BD

GF عمود منصف على BC

M هي نقطة التقاء العمودة المنصفة GF و CK

لذلك M هي مركز الدائرة المارة بالمثلث BDC.

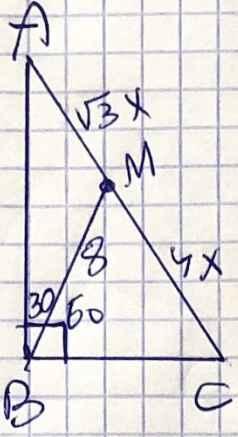
إذاً $CM = r$ و $BG = R$ (G مركز الدائرة المارة بـ ΔABF)

إذاً: $\frac{r}{R} = \frac{MC}{GB}$ ← بسبب ب.أ:

$\frac{r}{R} = \frac{MC}{GB} = \frac{MF}{CF} = \frac{BK}{CK} = \frac{0.5\,AC}{0.5\,BD} = \frac{AC}{BD}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{r}{R} = \frac{AC}{BD}}$ وهو المطلوب (أ)

سؤال 5



$\sphericalangle MBC = 90 - 30$ (60) بما أن $\sphericalangle ABM = 30°$ معطى

$\Rightarrow \boxed{\sphericalangle MBC = 60}$

$MC = 4X \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ أيضاً معطى

$AM = \sqrt{3}X$ أيضاً

في $\triangle ABC$: $\boxed{\sphericalangle C = 90 - \sphericalangle A}$

$\boxed{\sphericalangle A = 90 - \sphericalangle C}$ أو

في $\triangle AMB$:

$$\frac{BM}{\sin \sphericalangle A} = \frac{\sqrt{3}X}{\sin 30} \Rightarrow 0.5 \cdot 8 = \sqrt{3} \cdot X \sin \sphericalangle A$$

$$\Rightarrow 4 = \sqrt{3} \cdot X \cdot \sin \sphericalangle A \Rightarrow * \boxed{X = \frac{4}{(\sin \sphericalangle A) \cdot \sqrt{3}}}$$

في $\triangle BMC$:

$$\frac{MC}{\sin 60} = \frac{8}{\sin \sphericalangle C}$$

www.IQsmart.co.il

$$4X \cdot \sin \sphericalangle C = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 \Rightarrow X = \frac{\sqrt{3} \cdot 8}{2 \cdot 4 \cdot \sin \sphericalangle C}$$

** $\boxed{X = \frac{\sqrt{3}}{\sin \sphericalangle C}}$

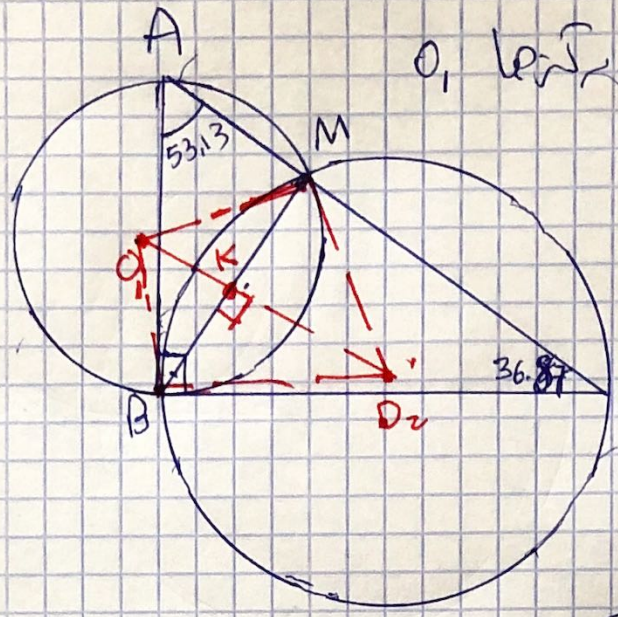
نساوي بين قيمتي X في * و **:

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin \sphericalangle C} = \frac{4}{\sqrt{3} \cdot \sin \sphericalangle A} \Rightarrow \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\sin \sphericalangle C}{\sin \sphericalangle A}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{\sin \sphericalangle C}{\sin \sphericalangle A} = \frac{\sin \sphericalangle C}{\cos \sphericalangle C} = tg \sphericalangle C \Rightarrow \boxed{\frac{3}{4} = tg \sphericalangle C}$$

$\sphericalangle A = \sphericalangle(90 - C) \Rightarrow \boxed{\sin \sphericalangle A = \cos \sphericalangle C}$

$\Rightarrow \boxed{\sphericalangle C = 36.87} \Rightarrow \boxed{\sphericalangle A = 53.13}$



O_1 مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABM

ولذلك:

$$\frac{8}{\sin 53,13} = 2R_{O_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{O_1} = 5}$$

المثلث ABC محصور داخل دائرة مركزها O_2 ولذلك يتحقق:

$$\frac{8}{\sin 36,87} = 2R_{O_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{O_2} = 6\frac{2}{3}}$$

ب. في الشكل الرباعي BO_1MO_2 يتحقق:

$O_1M = O_1B = R_{O_1}$ // $BO_2 = MO_2 = R_{O_2}$

لذلك الشكل الرباعي BO_1MO_2 شبه رغيفي في الأضلاع المتجاورة المتساوية وبالتالي هو دالتون.

ب. 2 في الدالتون المعاكسة والقطر الذي ينصف القطر الجانبي لذلك $BK = MK = \frac{8}{2} = 4$ و $\angle K = 90°$

في ΔO_1KM ولذلك $OM_1 = 5$ يتحقق:

$$O_1K^2 + KM^2 = O_1M^2 \Rightarrow O_1K^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow O_1K^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow \boxed{O_1K = 3}$$

في ΔO_2KM ولذلك $OM_2 = 6\frac{2}{3}$ يتحقق:

$$KM^2 + (KO_2)^2 = (O_2M)^2 \Rightarrow 4^2 + (KO_2)^2 = \left(6\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \cdots \Rightarrow \boxed{KO_2 = 5\frac{1}{3}}$$

إذاً:

$$O_1O_2 = O_1K + KO_2 = 3 + 5\frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$$

$$\boxed{O_1O_2 = 8\frac{1}{3}}$$

www.IQsmart.co.il

سؤال 6

أ. $f(x)=\frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$ a بوسيط.

بما أن الدالة $f(x)$ معرفة لكل x فإن يتحقق أن $ax^2-2x+1>0$

وهذا معناه أن الدالة التربيعية ax^2-2x+1 موجبة تماما على $\mathbb{R}$ أي لكل x أي في الصورة

وهذا معناه ان $a>0$ و أيضا $\Delta=b^2-4ac<0$

$\Delta=(-2)^2-4.a.1<0 \Rightarrow 4<4a \Rightarrow \boxed{1<a}$

بما أن $a>0$ و أيضا $a>1$

$\Downarrow$

$\boxed{a>1}$

ب. 1.

تقاطع مع x $\Leftarrow$ $y=0$ $\Leftarrow$ $ax-1=0$ $\Leftarrow$ $\boxed{x=\frac{1}{a}}$

تقاطع مع y $\Leftarrow$ $x=0$ $\Leftarrow$ $f(0)=\frac{a.0-1}{\sqrt{a.0^2-2.0+1}}$

$f(0)=\frac{-1}{1}=-1$

www.IQsmart.co.il

$\boxed{\text{اذا التقاطع مع المحاور } (0,-1) \text{ // } (\frac{1}{a},0)}$

ب. 2.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}} \to \lim \frac{ax}{\sqrt{ax^2}}$

$=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax}{\sqrt{a}\cdot|x|}=\sqrt{a}\,\frac{x}{|x|}$

$x\to+\infty \Downarrow \sqrt{a}$ $\quad$ $x\to-\infty \Downarrow -\sqrt{a}$

اذا معادلة المقاربة الافقية

$x\to+\infty \Rightarrow y=\sqrt{a}$

$x\to-\infty \Rightarrow y=-\sqrt{a}$

مطلوب تقارب عمودي ليوجد لان الدالة معرفة لكل x.

3.ب

$$f(x)=\frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$$

$$f'(x)=\frac{a\cdot\sqrt{ax^2-2x+1}-\frac{2(ax-1)}{2\sqrt{ax^2-2x+1}}\cdot(ax-1)}{(ax^2-2x+1)}$$

$$f'(x)=\frac{a\sqrt{ax^2-2x+1}-\frac{(ax-1)^2}{\sqrt{ax^2-2x+1}}}{(ax^2-2x+1)}$$

$$f'(x)=\frac{a(ax^2-2x+1)-(ax-1)^2}{\sqrt{ax^2-2x+1}\,(ax^2-2x+1)}$$

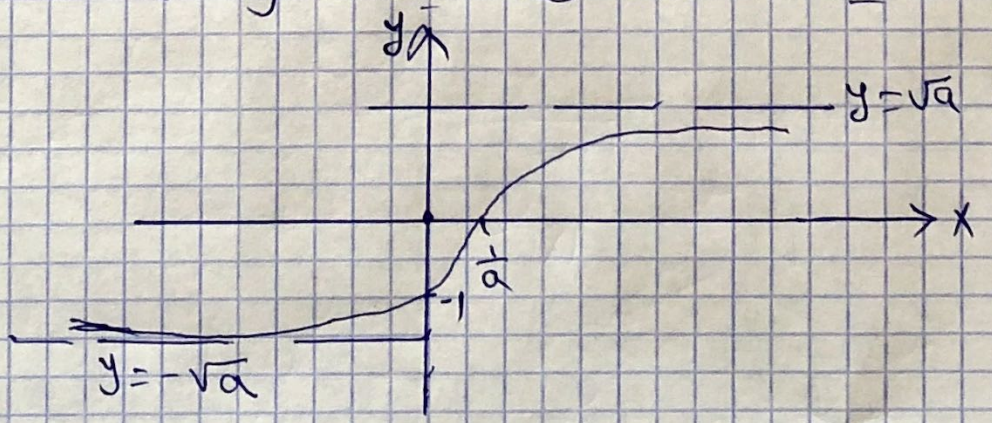
$$f'(x)=\frac{a^2x^2-2ax+a-[a^2x^2-2ax+1]}{\sqrt{ax^2-2x+1}\,(ax^2-2x+1)}$$

$$f'(x)=\frac{a-1}{ax^2-2x+1\cdot\sqrt{ax^2-2x+1}}$$

بما أن $a>1$ اذا البسط موجب دائما

والمقام دائما موجب لذلك $f'(x)$ موجبة لكل x

اي ان الدالة تصاعدية لكل x.



www.IQsmart.co.il

$$f(x)=\frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}$$

$\boxed{a=3}$.ب

$$f'(x)=\frac{3-1}{3x^2-2x+1\cdot\sqrt{3x^2-2x+1}}=\frac{2}{(3x^2-2x+1)\cdot\sqrt{3x^2-2x+1}}$$

$$S=\int_{\frac{2}{3}}^{2}\frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}dx$$:ج

نبحث إشارة الدالة، نلاحظ الدالة موجبة لكل $x>\frac{1}{a}$ أي $x>\frac{1}{3}$
الدالة موجبة في المجال $\frac{2}{3}<x<2$ والمساحة هي تكامل الدالة.

$$\int_{\frac{2}{3}}^{2}\frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}\frac{\frac{u'(x)}{2}}{\sqrt{u(x)}}dx$$

$$\int_{\frac{2}{3}}^{2}\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}=\left[\sqrt{u(x)}\right]_{\frac{2}{3}}^{2}=\left[\sqrt{3x^2-2x+1}\right]_{\frac{2}{3}}^{2}$$

$$=\sqrt{3\cdot2^2-2\cdot2+1}-\sqrt{3\left(\frac{2}{3}\right)^2-2\left(\frac{2}{3}\right)+1}=3-1=\boxed{2}$$

وحدات مساحة

د. بحسب الطلب:

I $$S=\int_{\frac{1}{3}}^{b}f(x)dx \qquad b>\frac{1}{3}$$

والدالة موجبة في هذا المجال.

نفرض أن $f(x)>g(x)$ في المجال $\frac{1}{3}<x<b$:

II $$2S=\int_{\frac{1}{3}}^{b}\left[f(x)-g(x)\right]dx$$

$$I-II: \quad S-2,S' = \int_{\frac{1}{3}}^{b} f(x)\,dx - \int_{\frac{1}{3}}^{b} f(x)-g(x)\,dx$$

$$\Longrightarrow \quad -S = \int_{\frac{1}{3}}^{b} f(x)\,dx - \left[\int_{\frac{1}{3}}^{b} f(x) - \int_{\frac{1}{3}}^{b} g(x)\right]$$

$$\Longrightarrow \quad -S = \int_{\frac{1}{3}}^{b} g(x)\,dx$$

بما أن $S' = \int_{\frac{1}{3}}^{b} f(x)\,dx$

إذاً:

$$-\int_{\frac{1}{3}}^{b} f(x)\,dx = \int_{\frac{1}{3}}^{b} g(x)\,dx$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{g(x) = -f(x)}$$

* نفرض أن $f(x) < g(x)$ في المجال $\frac{1}{3} < x < b$

بما أن S تتحقق:

$$2,S = \int_{\frac{1}{3}}^{b} (g(x) - f(x))\,dx$$

$$2,S' = \int_{\frac{1}{3}}^{b} (g(x)\,dx) - \int_{\frac{1}{3}}^{b} f(x)\,dx$$

$$S+2,S' = \int_{\frac{1}{3}}^{b} g(x)\,dx \xrightarrow{S'} 3S' = \int_{\frac{1}{3}}^{b} g(x)\,dx$$

$$\Longrightarrow 3\int_{\frac{1}{3}}^{b} f(x)\,dx = \int_{\frac{1}{3}}^{b} g(x)\,dx$$

$$\boxed{3f(x) = g(x)}$$

www.IQsmart.co.il

سؤال 7

أ. نعرّف $g(x)=\frac{1}{f(x)}$

إذاً:

$$g'(x)=\frac{-f'(x)}{f^2(x)}$$

$f^2(x)>0$ لكل x.

إشارة $g'(x)$ تتحدد بإشارة $f'(x)$

إذا كانت $f(x)$ متزايدة أي $f'(x)>0$ (موجبة)

فإن: $g'(x)=\frac{-f'(x)}{f^2(x)}=\frac{-}{+}$ $\Leftarrow g'(x)<0$

إذا كانت $f(x)$ متناقصة أي $f'(x)<0$ (سالبة)

فإن: $g'(x)=\frac{-f'(x)}{f^2(x)}=\frac{+}{+}$ $\Leftarrow g'(x)>0$ فإن

$g(x)$ متزايدة

وهو المطلوب (أ).

ب. $g(x)=\sin^2x+\cos x+2$ معرفة لكل x.

لكل x $\quad 0\le \sin^2x\le 1$

لكل x $\quad -1\le \cos x\le 1$

فإن:

$$0+-1\le \sin^2x+\cos^2x\le 1+1$$

$$-1\le \sin^2x+\cos^2x\le 2$$

$$-1+2\le \sin^2x+\cos^2x+2\le 2+2$$

فإن

$$1\le \sin^2x+\cos^2x+2\le 4$$

$$\boxed{1\le g(x)\le 4}$$

فإن $1\le g(x)\le 4$ لكل x.

لكل x $\quad g(x)\neq 0$ ،

www.IQsmart.co.il

$g(x) = \sin^2(-x) + \cos(-x) + 2$ (1. P)

$= \sin^2 x + \cos x + 2 = g(x)$

تابع زوج است $\Rightarrow$ $g(-x) = g(x)$ (1/2)

$g(x+2\pi) = \sin^2(x+2\pi) + \cos(x+2\pi) + 2$ (2. P)

$g(x+2\pi) = \sin^2 x + \cos x + 2 = g(x)$

$\boxed{g(x+2\pi) = g(x)}$ (1/2)

$g'(x) = 2\sin x \cdot \cos x + \sin x$ (3. P)

$g'(x) = \sin x [2\cos x + 1]$

$g'(x) = 0 \Rightarrow \sin x [2\cos x + 1] = 0$

$\sin x = 0$ یا $2\cos x + 1 = 0$

$\boxed{x = \pi k}$ $\quad 2\cos x = -1$

$k=0$ $\quad \boxed{x_1 = 0}$ $\quad \cos x = -\frac{1}{2}$

$k=1$ $\quad \boxed{x_2 = \pi}$ $\quad x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$

یا $x = (2\pi - \frac{\pi}{3}) + 2\pi k$

$x = \frac{5}{3}\pi + 2\pi k$ ✗

غ ق ق

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$\boxed{x = \frac{\pi}{3}}$ $\quad \boxed{k=0}$

$x = \pi$ ، $x = \frac{\pi}{3}$ ، $x = 0$: جواب‌های بازه : (1/2)

www.IQsmart.co.ir

نصف النقاط:

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
g'	0	$+\cdot+=+$	0	$+\cdot-=-$	0
g	2	↗	$3\frac{1}{4}$ max	↘	1

$g(0)=2$

$g(\frac{\pi}{3})=3\frac{1}{4}$

$g(\pi)=1$

$g'(\frac{\pi}{4})=+\cdot+=+$

$g'(\frac{\pi}{2})=+\cdot-=-$

מינימום ב $(0,2)$

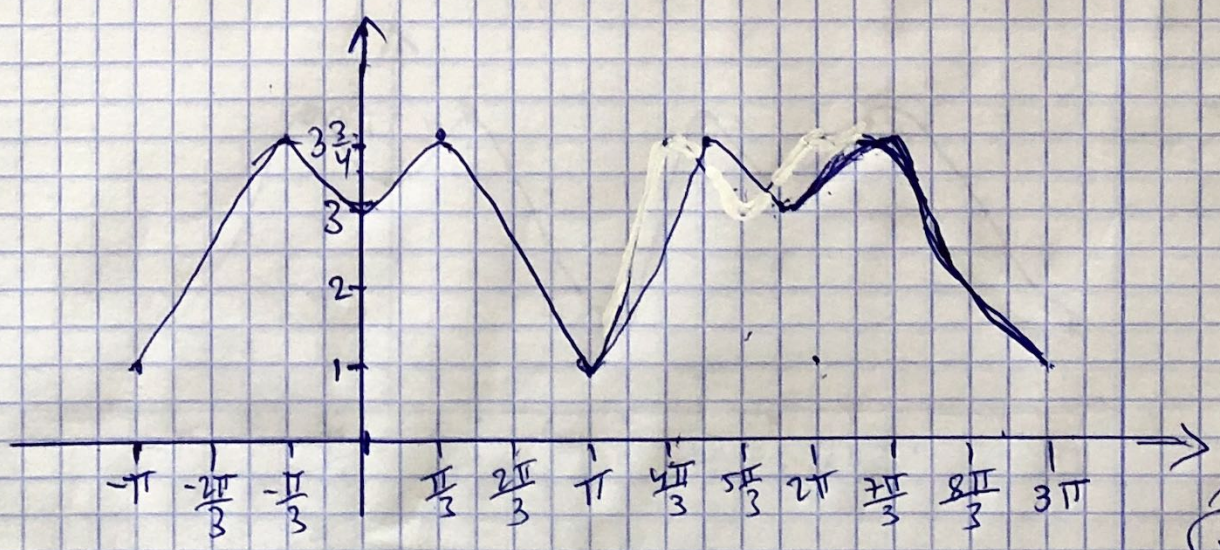
מקסימום $(\frac{\pi}{3},3\frac{1}{4})$

מינימום ב $(\pi,1)$

ב.

בما ان الدالة $g(x)$ زوجية لذلك رسمها
في المجال $\pi \geq x \geq 0$ معاكل بالنسبة للمحور y
في الرسم في المجال $0 \geq x \geq -\pi$

وبما اننا برهنا ان $g(x+2\pi)=g(x)$ اي انه في المجال
$3\pi \geq x \geq \pi$ سيكون الرسم للدالة مطابق للرسم
في المجال $\pi \geq x \geq -\pi$ لانه سيكون بازاحة 2π الى
اليمين. من هنا الرسم البياني للدالة $g(x)$
في المجال $3\pi \geq x \geq -\pi$ سيكون كالتالي:



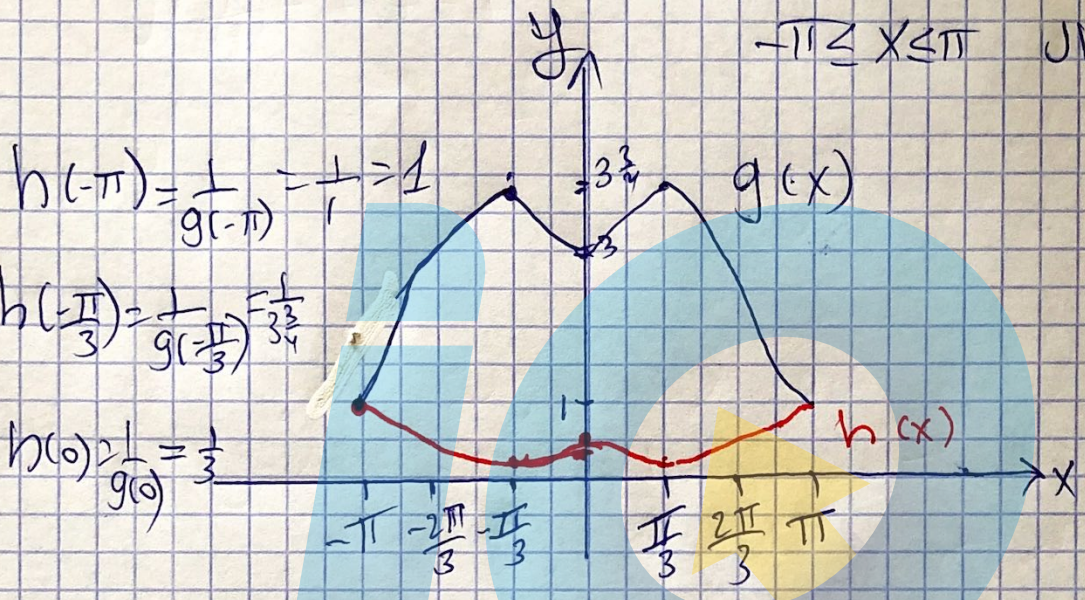
www.IQsmart.co.il

$$h(x)=\frac{1}{\sin^2 x+\cos x+2}$$ 1. (1)

$$h(x)=\frac{1}{g(x)}$$

بما أن $g(x)$ موجبة لكل x فإن $h(x)$ معرفة لكل x

(2) في الفترة $-\pi \le x \le \pi$



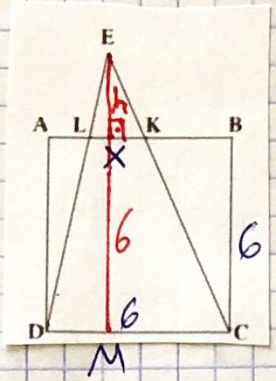
$$h(-\pi)=\frac{1}{g(-\pi)}=\frac{1}{1}=1$$

$$h\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{g\left(-\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{1}{3\frac{3}{4}}$$

$$h(0)=\frac{1}{g(0)}=\frac{1}{3}$$

www.IQsmart.co.il

سؤال 8:



أ. $LK \parallel DC \Leftarrow \angle ELK = \angle EBC$ زوايا متناظرة

المثلثان EDC ، ELK متشابهان

لأن $\angle E = \angle E$ تشترك

$\angle ELK = EBC$

(زز) تشابه المثلثان وفيه

النسبة بين ارتفاعات المثلثين المتشابهة

تساوي النسبة بين أطوال القواعد المتناظرة

EM هو ارتفاع المثلث DEC

h هو ارتفاع المثلث ELK

لذلك $EM = h + 6$ ، تتحقق:

$$\frac{h}{h+6} = \frac{x}{6}$$

$$6h = xh + 6x$$

$$6h - xh = 6x \Rightarrow h(6-x) = 6x$$

$$\boxed{h = \frac{6x}{6-x}}$$

ب.

$$S_{\triangle ELK} = \frac{x \cdot h}{2} = \frac{x}{2}\left(\frac{6x}{6-x}\right)$$

$$S_{\triangle ADL} + S_{\triangle KBC} = \frac{AL \cdot AD}{2} + \frac{KB \cdot BC}{2}$$

$$S_{\triangle ADL} + S_{\triangle KBC} = \frac{6(AL+KB)}{2} = \frac{6(6-x)}{2}$$

$$\begin{cases} AL + LK + KB = 6 \\ AL + KB = 6 - x \end{cases}$$

$$S_{\text{المثلث}}(x) = \frac{x}{2}\left(\frac{3}{6-x}x\right) + 3(6-x)$$

www.lesmart.co.il

$$S(x) = \frac{3x^2}{6-x} + 18 - 3x$$

$$S'(x) = \frac{6x(6-x) - (-1)(3x^2)}{(6-x)^2} - 3$$

$$S'(x) = \frac{36x - 6x^2 + 3x^2 - 3(6-x)^2}{(6-x)^2}$$

$$S'(x) = \frac{36x - 3x^2 - 3(36 - 12x + x^2)}{(6-x)^2}$$

$$S'(x) = \frac{36x - 3x^2 - 108 + 36x - 3x^2}{(6-x)^2}$$

$$S'(x) = \frac{-6x^2 + 72x - 108}{(6-x)^2} = 0$$

$$-6x^2 + 72x - 108 = 0 \quad / : -6$$

$$x^2 - 12x + 18 = 0$$

נפתור את המשוואה הריבועית שקיבלנו בעזרת הנוסחה

$x_1 = 1.757$ $x_2 = 10.242$ (נפסל)

נבדוק את סימן הנגזרת $S'(x)$ בתחום $0 \le x \le 6$

$x = 1.757$ לכן

x	0		1	1.757	2		6
$S'(x)$		$-$		0	$+$		
$S(x)$		↓		min	↑		

$S'(1) = -6 + 72 - 108 < 0$ // $S'(2) = -24 + 144 - 108 > 0$