أسس الجبر (أ)

عزيزي الطالب:

هذه الملف هو الملف الاول من المواد الاساسية التي من المفروض ان يعرفها الطالب قبل البدء بالدورة.

الملف يشمل شرحاً شاملاً لمواضيع اساسية وهي :

1. تعريفات اساسية لمجموعات الاعداد
2. العمليات الحسابية ونظام العمليات الحسابية
3. القوى والجذور - تعريفات اساسية
4. نظام العمليات الحسابية مع الكسور
6. الكسور العشرية والعمليات الحسابية مع الكسور العشرية

هذه المواضيع تعتبر بسيطة جداً ويفضل مراجعتها جيداً واستذكار مهارات الحل الاساسية فيها والسيطرة على كيفية تطبيقها.

باحترام

طاقم البحث والتطوير - معهد IQ

مقدمة في الجبر

مصطلحات وتعريفات أساسية

مجموعات الاعداد:

يتم تقسيم الأعداد التي نعرفها الى مجموعات مُتعددة ومتنوعة وسنقوم بالتعرُف على بعض هذه المجموعات التي نستعملها في امتحان البسيخومتري.

1. الاعداد الصحيحة:

هي عبارة عن مجموعة الاعداد الموجبة والسالبة الصحيحة بالأضافة للعدد صفر.

مثلاً: الأعداد 8، 15، 0، 9- ، 58. هي أمثلة لأعداد صحيحة .

2. الاعداد الطبيعية:

هي الاعداد الصحيحة الموجبة: 1, 2, 3, 4

* **انتبه** ! الاعداد الطبيعية لا تحوي العدد 0.

الاعداد الطبيعية لا تحوي الاعداد الصحيحة السالبة أيضاً.

3. الكسور:

هي أعداد غير صحيحة وتعبر عن قيم جزئية غير تامة .

يتم التعبير عن الكسور بطريقتان:

1. كحاصل قسمة عددين مثلاً: $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{19}{8}$
2. كأعداد تكتب بواسطة 0 وفاصلة ثم اعداد بعد الصفر كما تُكتب في الآلة الحاسبة.

امثلة: 0.58 أو 0.064 أو 0.3333

سنتوسع لاحقًا في الكسور.

4. الاعداد الحقيقية:

وهي مجموعة الاعداد التي تشمل كل الأعداد التي نعرفها الصحيحة وغير الصحيحة.

هنالك 4 عمليات حسابية تتم بين الأعداد وهي الجمع (+) ، الطرح (-)، الضرب (× أو ٠) والقسمة (÷ أو :).

كل واحدة من هذه العمليات تتم بين عددين.

<u>إحفظ جدول الضرب</u>

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	21	225	240	255	270	285	300
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

من جدول الضرب نستنتج نتائج عمليات القسمة أيضاً لأن عملية القسمة هي العملية العكسية لعملية الضرب.

نظام العمليات الحسابيه

العمليات الحسابية الاربعة هي : + ، - ، : ، × وكل عملية حسابية تتم بين عددين.
أن نظام العمليات الحسابية يُحدد لنا القواعد التي يجب العمل حسبها عندما نحتاج لحل عملية طويلة تتألف من أكثر من عمليه حسابية واحدة. مثلاً كيف نحل العملية الحسابية التالية ونجد قيمتها :

$$5+9:3-4\cdot 2=$$

نظام العمليات الحسابيه يُحَدِد لنا كيف نحل، وينُص:

اولاً : نُنَفِذ عمليات الضرب والقسمة .

أنتبه! ان عملية الضرب والقسمة تتم بين العددين اللذين على يمين ويسار الاشارة .

ثانياً : بعد تنفيذ عمليات الضرب والقسمة نقوم بتنفيذ عمليتي الجمع والطرح حسب ترتيب الأعداد بالعملية من اليسار الى اليمين .

ثالثاً: إذا توالت عمليتي ضرب وقسمة في عملية حسابية إذاً اولاً نقوم بتنفيذ العملية التي تسبق. (أي ليس هنالك افضلية ترتيب) .

أمثلة محلوله :-

مثال (ا)

$$5+9:3-4\cdot 3= ؟$$

$$5+3-12=-4$$

الشرح:

في البدايه نحدد عمليات الضرب والقسمة.... ننفذها ونحصل على العملية التي في السطر الثاني ومن ثم ننفذ عمليات الجمع والطرح المتبقية...

مثال (ب)

$18+25:5\cdot2+4\cdot6:8=$

$18+5\cdot2+24:8=$

$18+10+3=31$

أولاً ننفذ العمليات $25:5$ و $4\cdot6$. بقية الأعداد والعمليات تبقى مكانها كما هي.
في المرحلة الثانية ننفذ عمليات الضرب والقسمة. ثم ننفذ الجمع والطرح.

نظام العمليات الحسابيه مع القوى والجذور

تعريف :

القوى :

a^n ← تُقرأ a للقوى n ومعناها العدد a مضروب بنفسه n مرات.

أي : a^n = العدد a مضروب بنفسه n مرات وبالتالي معناه : $\underbrace{a\cdot a\cdot a\ldots\cdot a}_{n \text{ مرات}}$

$a^{n\rightarrow}$ يسمى القوى

يسمى الاساس ← a

أمثلة :

$$5^3 = 5\cdot5\cdot5 = 125$$

$$4^2 = 4\cdot4 = 16$$

$$(-2)^5 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = -32$$

$$(-3)^4 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = 81$$

في عملية حسابية التي تحوي قوى , نجد أولاً قيمة القوى ثم ننفذ العملية الحسابية حسب نظام العمليات الحسابيه.

أمثلة :

$4+3^4:9+(-2)^5:4^2=$ نجد أولاً القوى، وبقية الاعداد والاشارات تبقى كما هي.

$= 4+81:9+(-32):16$

$4+9-2=11$

أنتبه: اذا أتت عمليتين حسابيتين متتاليتين (+ أو –) في عملية حسابية فالنتيجة تُحدد كالتالي:

إذا كانت الإشارتين متشابهتين (++) أو (--) فالنتيجه + .

إذا كانت الإشارتين مختلفتين(+-) أو (-+)فالنتيجه - .

مثال إضافي :

$$7^2-5^3:25+(-4)^3:(-2)^4=$$

$$49-125:25+(-64):(16)=$$

$$49-5-4=40$$

الجذور :

تعريف

$\sqrt[n]{a}$ (وتقرأ الجذر الـ n للعدد a) هو عدد الذي إذا ضربناه بنفسه n مرات نحصل على العدد a

أمثلة :

$4=\sqrt[3]{64}$ وذلك لأن $64=4^3$

إذاً: $-4^3=-64 \Leftrightarrow -4=\sqrt[3]{-64}$

مثال إضافي:

$$-2^5=-32 \Leftrightarrow (-2)=\sqrt[5]{(-32)}$$

عملياً يُمكن التوجه للجذر على أنه العملية العكسية للقوى مع بعض التحفُظات التي لن نتطرق إليها هنا...

ملاحظة: أذا لم يُكتب عدد في الطرف الأيسر العلوي من إشارة الجذر فالمقصود الجذر الثاني.

مثلاً :

$$\sqrt{64}=\sqrt[2]{64}=8$$

نظام العمليات الحسابية مع أقواس :

اذا كانت عملية حسابيه تحوي أقواس فإن الاقواس لها الاولويه الاولى وتعمل كالتالي :

أولاً : نحل الاقواس ، أي نحل العملية التي داخل القوس اولاً .

ثانياً: بعد إيجاد قيمة العملية التي داخل القوس ، نلغي القوس ونتزل مكانه نتيجته .

*** نلغي القوس فقط عندما نضع مكانه في العمليه نتيجته .**

ملاحظة : في حل العملية التي داخل القوس نُحافظ على نظام العمليات الذي تعلمناه.

مثال :

$$4\cdot\left(8+2^3:\sqrt{16}-5\right)+1=$$

نجد اولا قيمة العمليه داخل القوس :

(8+8:4-5)=(8+2-5)=5

نلغي القوس ونضع مكانه 5 ,وتصبح العملية

4·5+1=20+1=21

مثال إضافي

$$21:\left(2^3\cdot 5+\sqrt[3]{-27}\cdot 6-15\right)\cdot 2=$$

نبدأ بالعمليه داخل القوس :

$$2^3\cdot 5+\sqrt[3]{-27}\cdot 6-15=$$

8·5+(-3)·6-15 =

40-18-15= 7

اذا نضع 7 مكان القوس وتصبح العملية :

21:7·2=3·2=6

نظام العمليات الحسابية مع اقواس مركبة :-

اذا كانت عملية حسابية تحتوي على اقواس مركبة ومتداخلة فنبدأ اولاً بحل الاقواس الداخلية. (تذكر نلغي القوس بعد أن نضع مكانه نتيجة العملية الحسابيه التي داخله).
ثم نحل القوس الخارجي ونجد نتيجة القوس الخارجي ونكمل حل العمليه حسب نظام العمليات الحسابيه العادي.

مثال :

$$24:[2^5:(6+5\cdot 2)+4]=$$

نبدأ اولا بالقوس الداخلي ونجد قيمته :

$$(6+5\cdot 2)=6+10=16$$

نلغي القوس الداخلي ونضع مكانه النتيجه 16 وتصبح العملية

$$24:[2^5:16+4]=$$

نحل القوس

$$[2^5:16+4]=$$

$$32:16+4=2+4=6$$

نلغي القوس ونضع مكانه النتيجه6 وتصبح العملية

$$24:6=4$$

مثال إضافي :-

$$8:\left[4^3:\left(\sqrt{25}\cdot 2-3^3:9-3\right)-12\right]+2=$$

نبدأ أولا بالقوس الداخلي ونجد قيمته :

$$\left(\sqrt{25}\cdot 2-3^3:9-3\right)=(5\cdot 2-27:9-3)=(10-3-3)=4$$

نلغي القوس الداخلي ونضع مكانه النتيجه 4 وتصبح العملية

$$8:\left[4^3:4-12\right]+2$$

نحل القوس :

$$\left[4^3:4-12\right]=\quad[64:4-12]=16-12=4$$

نلغي القوس ونضع مكانه النتيجه 4 وتصبح العمليه

$$8:4+2=2+2=4$$

مثال إضافي :-

$$\sqrt[3]{-64}\cdot\left[8^2:\left(5^2\cdot 2-\sqrt{49}\cdot 2^3+2\right)\right]=$$

نحل القوس الداخلي اولاً (يمكن ايجاد قيمة القوى والجذور التي خارج القوس لأنها لا تؤثر على نتيجة العملية)

$$-4\cdot\left[64:(\overbrace{25\cdot 2-7\cdot 8+2}^{-4})\right]$$

$$-4[64:(-4)]=-4\cdot[-16]=64$$

1.تمارين في نظام العمليات الحسابية

جد قيمة العمليات الحسابية الآتية ؟

(1) $8+14:2-4\cdot 3=$

(2) $27+28:4-8\cdot 6=$

(3) $6+25:5\cdot 3-4=$

(4) $8-16:4\cdot 5+3\cdot 6:9=$

(5) $3+(81:9-2\cdot 4+71)=$

(6) $2\cdot[(5+4):3+8\cdot 2]=$

(7) $4\cdot[5+(2\cdot 4-6):2]=$

(8) $6^3:[3\cdot(3^4:9-2^3)+6]=$

(9) $\sqrt[3]{-512}:[2^2+(\sqrt[3]{-64}:4+3^2):2]=$

(10) $\sqrt[5]{-32}\cdot[(-8)^2:(\sqrt{64}\cdot 2-2\cdot\sqrt[3]{-27}+10)]=$

حلول تمارين في نظام العمليات الحسابية:

(1) $8+14\cdot 2-4\cdot 3=$

$8+28-12=24$

(2) $27+28:4-8\cdot 6=$

$27+7-48=-14$

(3) $6+25:5\cdot 3-4=$

$6+5\cdot 3-4=$

$6+15-4=17$

(4) $8-16:4\cdot 5+3\cdot 6:9=$

$8-4\cdot 5+18:9=$

$8-20+2=-10$

(5) $3+(81:9-2\cdot 4+71)$

$3+72=75$

(6) $2\cdot[(5+4):3+8\cdot 2]=$

$2\cdot[9:3+16]=$

$2\cdot 19=38$

(7) $4\cdot[5+(2\cdot 4-6):2]=$

$4\cdot[5+2:2]$

$4\cdot(5+1)=$

$4\cdot 6=24$

(8) $6^3:[3\cdot(3^4:9-2^3)+6]=$

$6^3:[3\cdot(81:9-8)+6]=$

$216:[3\cdot 1+6]=$

$216:9=24$

(9) $-\sqrt[3]{512} : \left[2^2 + (\sqrt[3]{-64} : 4 + 3^2) : 2\right]$

$-8: \left[4 + (-4 : 4 + 9) : 2\right]$

$-8 : \left[4 + (-1 + 9) : 2\right]$

$-8 : \left[4 + 8 : 2\right]$

$-8 : \left[4 + 4\right] = -8 : 8 = -1$

(10) $\sqrt[5]{-32} \cdot \left[(-8)^2 : (\sqrt{64} \cdot 2 - 2 \cdot \sqrt[3]{-27} + 10)\right]$

$-2 \cdot \left[64 : (8 \cdot 2 - 2 \cdot (-3) + 10)\right]$

$-2 \cdot \left[64 : 32\right] = -2 \cdot (2) = -4$

الكسور

هي أعداد غير صحيحة وتُعبر عن قيم جزئية غير تامة .

يتم التعبير عن الكسور بطريقتين:

1. كحاصل قسمة عددين مثلاً: $\frac{19}{8},\frac{4}{5},\frac{2}{3}$ وتسمى هذه الاعداد كالتالي:

$$\frac{a}{b} \begin{array}{l} \leftarrow \text{البسط} \\ \leftarrow \text{المقام} \end{array} \quad \leftarrow \text{خط الكسر}$$

2. كأعداد تُكتب بواسطة العدد صفر وفاصلة ثم أعداد بعد الصفر كما تُكتب في الآلة الحاسبة.

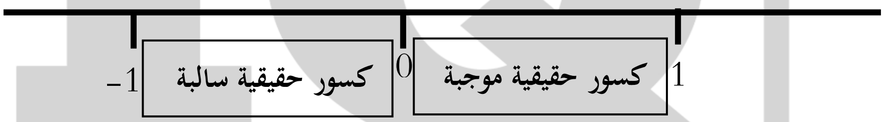
امثلة: 0.58 أو 0.064 أو 0.3333

من المتبع تقسيم الكسور الى نوعين رئيسيين :-

أ) **كسر حقيقي :** هو الكسر الذي يُحقق : $1 > \frac{a}{b} > -1$

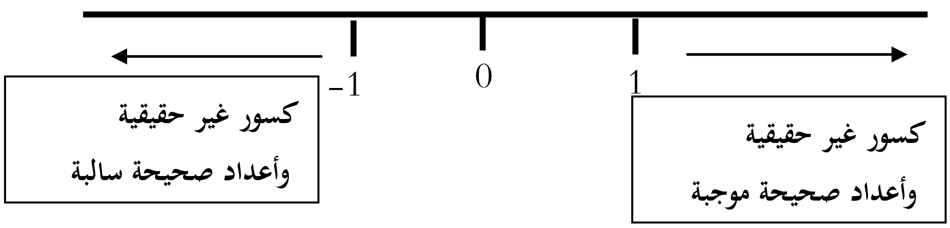
أمثلة : $\frac{2}{3},\frac{3}{5},\frac{9}{11},\frac{-1}{2},\frac{-3}{4}$....

وعلى محور الأعداد يُمكن الأشارة إليها كالتالي :



ب) **كسر غير حقيقي:** هو الكسر الذي يحقق :- $\frac{a}{b} > 1$ أو $\frac{a}{b} < -1$

أمثلة : $\frac{19}{11},1\frac{3}{4},2\frac{4}{5},\frac{-13}{8},-3\frac{4}{9}$,...



وهنا نرى أنه للكسر غير الحقيقي صورتان لكتابته.

الاولى : $\frac{19}{11}$ وتسمى صورة كسر.

الثانية : $-3\frac{4}{9}$ وتسمى عدد كسري (عدد وكسر)

توسيع واختزال الكسر الحقيقي

توسيع الكسر:

هي عملية تكبير (ضرب) البسط والمقام بنفس النسبة (العدد)

أمثلة :

$$(1)\ \frac{2}{3}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{10}{15}\Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{10}{15}$$

$$(2)\ \frac{3}{4}=\frac{3\cdot 7}{4\cdot 7}=\frac{21}{28}\Rightarrow \frac{3}{4}=\frac{21}{28}$$

ملاحظة :

يمكن توسيع الكسر ما لا نهاية من المرات (بواسطة ضربه كل مرة بعدد صحيح آخر) .

اختزال الكسور :

هي عملية تصغير/ قسمة البسط والمقام على نفس العدد .

مثال :

$$\frac{12}{18}=\frac{12:2}{18:2}=\frac{6}{9}$$

في هذا المثال قَسَمنا البسط والمقام على 2 وحصلنا على كسر جديد لكنه مساوٍ بقيمته للكسر الأصلي أي يتحقق : $\frac{12}{18}=\frac{6}{9}$

ولكن الكسر $\frac{6}{9}$ يُمكن اختزاله مرة أخرى بواسطة قسمة البسط والمقام على 3 ..... وعندها يُصبح: $\frac{6:3}{9:3}=\frac{2}{3}$

الكسر $\frac{2}{3}$ لا يُمكن تبسيطه أو أختزاله أكثر ولهذا يُسمى كسر مُختزل.

تعريف:

كسر مُختزل

هو كسر لا يُمكن إختزاله أو تبسيطه.

ملاحظة :

في إختزال الكسور فأننا نفحص قابلية قسمة المقام والبسط على نفس العدد ابتداءاً من 2 , 3 , ...ونقسم عليها البسط والمقام.

مثلاً:

في الكسر $\frac{24}{32}$ **البسط والمقام يقسمان على العدد 8 ولذلك يُكمننا مباشرةً قسمتهم على 8 فيُصبحان :** $\frac{3}{4}=\frac{24:8}{32:8}$. والكسر $\frac{3}{4}$ هو كسر **مُختزل.**

تمارين

1.اختزل الكسور الآتية إلى أبسط صورة ممكنة - كسر مختزل :-

(1) $\frac{18}{32}$ (2) $\frac{75}{105}$ (3) $\frac{48}{64}$

(4) $\frac{104}{80}$ (5) $\frac{72}{63}$ (6) $\frac{40}{56}$

(7) $\frac{39}{65}$ (8) $\frac{200}{225}$ (9) $\frac{312}{624}$

(10) $\frac{32}{128}$

2.وسّع كلاً من الكسور الآتية بواسطة ضربه بأي عدد تختار؛ بإمكانك أن تقوم بتوسيعه أكثر من مرة.

(1) $\frac{4}{7}$

(2) $\frac{6}{14}$

(3) $\frac{9}{13}$

(4) $\frac{2}{11}$

(5) $\frac{7}{12}$

حلول الأسئلة 2-1

1. اختزل الكسور الآتية إلى أبسط صورة ممكنة - كسر مختزل :-

(1) $\frac{18}{32}=\frac{18:2}{32:2}=\frac{9}{16}$

(2) $\frac{75}{105}=\frac{75:5}{105:5}=\frac{15}{21}=\frac{15:3}{21:3}=\frac{5}{7}$ (كان ممكن القسمة على 15 مباشرةً)

(3) $\frac{48}{64}=\frac{48:16}{64:16}=\frac{3}{4}$

(4) $\frac{104}{80}=\frac{104:4}{80:4}=\frac{26:2}{20:2}=\frac{13}{10}$

(5) $\frac{72}{63}=\frac{72:9}{63:9}=\frac{8}{7}$

(6) $\frac{40}{56}=\frac{40:8}{56:8}=\frac{5}{7}$

(7) $\frac{39}{65}=\frac{39:13}{65:13}=\frac{3}{5}$

(8) $\frac{200}{225}=\frac{200:25}{225:25}=\frac{8}{9}$

(9) $\frac{312}{624}=\frac{312:312}{624:312}=\frac{1}{2}$

(10) $\frac{32}{128}=\frac{32:32}{128:32}=\frac{1}{4}$

2. وسّع كلاً من الكسور الآتية بواسطة ضربه بأي عدد تختار ، بإمكانك أن تقوم بتوسيعه أكثر من مرة.

(1) $\frac{4}{7}=\frac{4\cdot 3}{7\cdot 3}=\frac{12}{21}$ او $\frac{4\cdot 5}{7\cdot 5}=\frac{20}{35}$

(2) $\frac{6}{14}=\frac{6\cdot 2}{14\cdot 2}=\frac{12}{28}$ او $\frac{6\cdot 9}{14\cdot 9}=\frac{54}{126}$

(3) $\frac{9}{13}=\frac{9\cdot 4}{13\cdot 4}=\frac{36}{52}$ او $\frac{9\cdot 7}{13\cdot 7}=\frac{63}{91}$

(4) $\frac{2}{11}=\frac{2\cdot 5}{11\cdot 5}=\frac{10}{55}$ او $\frac{2\cdot 8}{11\cdot 8}=\frac{16}{88}$

(5) $\frac{7}{12}=\frac{7\cdot 3}{12\cdot 3}=\frac{21}{36}$ او $\frac{7\cdot 9}{12\cdot 9}=\frac{63}{108}$

أكمل الناقص بحيث تحصل على كسرين متساويين :

مثال:

$$\frac{4}{9}=\frac{\quad}{45}$$

في هذا النوع من الأسئلة علينا إيجاد العدد الذي ضربنا به لتوسيع المقام (أو البسط) ومن ثم نوسع البسط (أو المقام) ونجد العدد الناقص لنحصل على كسرين متساويين.

في المثال المعطى نقسم 45 على 9 نجد العدد الذي كَبّرنا الكسر فيه $45:9=5$ ؛أي عمليًا كبر المقام 5 مرات ولذلك البسط هو $4\cdot 5=20$ إذًا $\frac{4}{9}=\frac{\quad}{45}=\frac{4\cdot 5}{9\cdot 5}=\frac{20}{45}$.

مثال إضافي :

$$\frac{56}{88}=\frac{14}{\quad}$$

في هذا المثال صَغّرنا البسط (56) وحصلنا على 14 ولكي نعرف بكم صَغّرنا البسط نقسم 56:14 نحصل على 4 أي عملياً قسمنا البسط على 4 ومن هنا المقام يجب أن يكون 88:4 أي 22.

إذًا $\frac{56}{88}=\frac{14}{\quad}=\frac{56:4}{88:4}=\frac{14}{22}$

أكمل الناقص بحيث تحصل على كسرين متساويين :

(1) $\frac{3}{7}=\frac{}{28}$ (2) $\frac{5}{9}=\frac{30}{}$ (3) $\frac{8}{13}=\frac{}{39}$

(4) $\frac{25}{27}=\frac{}{81}$ (5) $\frac{4}{9}=\frac{48}{}$ (6) $\frac{7}{15}=\frac{77}{}$

(7) $\frac{9}{20}=\frac{}{100}$ (8) $\frac{5}{12}=\frac{}{72}$ (9) $\frac{33}{35}=\frac{99}{}$

(10) $\frac{14}{17}=\frac{70}{}$ (11) $\frac{8}{32}=\frac{2}{}$ (12) $\frac{26}{65}=\frac{}{5}$

(13) $\frac{28}{72}=\frac{}{18}$ (14) $\frac{96}{114}=\frac{16}{}$ (15) $\frac{104}{128}=\frac{13}{}$

---

3. الحلول

(1) $\frac{3}{7}=\frac{}{28}\rightarrow\frac{3\cdot4}{7\cdot4}=\frac{12}{28}\rightarrow\frac{3}{7}=\frac{12}{28}$ **(ضربنا بـ 4)**

(2) $\frac{5}{9}=\frac{30}{}\rightarrow\frac{5\cdot6}{9\cdot6}=\frac{30}{54}$ **(ضربنا بـ 6)**

(3) $\frac{8}{13}=\frac{}{39}\rightarrow\frac{8\cdot3}{13\cdot3}=\frac{24}{39}$ **(ضربنا بـ 3)**

(4) $\frac{25}{27}=\frac{}{81}\rightarrow\frac{25\cdot3}{27\cdot3}=\frac{75}{81}$ **(ضربنا بـ 3)**

(5) $\frac{4}{9}=\frac{48}{}\rightarrow\frac{4\cdot12}{9\cdot12}=\frac{48}{108}$

(6) $\frac{7}{15} = \frac{77}{\quad} \to \frac{7 \cdot 11}{15 \cdot 11} = \frac{77}{165}$

(7) $\frac{9}{20} = \frac{\quad}{100} \to \frac{9 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{45}{100}$

(8) $\frac{5}{12} = \frac{\quad}{72} \to \frac{5 \cdot 6}{12 \cdot 6} = \frac{30}{72}$

(9) $\frac{33}{35} = \frac{99}{\quad} \to \frac{33 \cdot 3}{35 \cdot 3} = \frac{99}{105}$

(10) $\frac{14}{17} = \frac{70}{\quad} \to \frac{14 \cdot 5}{17 \cdot 5} = \frac{70}{85}$

(11) $\frac{8}{32} = \frac{2}{\quad} = \frac{8:4}{32:4} = \frac{2}{8}$ (قسمنا على 4)

(12) $\frac{26}{65} = \frac{\quad}{5} = \frac{26:13}{65:13} = \frac{2}{5}$ (قسمنا على 13)

(13) $\frac{28}{72} = \frac{\quad}{18} = \frac{28:4}{72:4} = \frac{7}{18}$

(14) $\frac{96}{114} = \frac{16}{\quad} = \frac{96:6}{114:6} = \frac{16}{19}$

(15) $\frac{104}{128} = \frac{13}{\quad} = \frac{104:8}{128:8} = \frac{13}{16}$

كسر غير حقيقي :

كسر غير حقيقي

للكسر غير الحقيقي صورتان:

$\frac{11}{3}, \frac{-18}{7}, \frac{-25}{4}$

هذه الصوره للكسر غير الحقيقي تسمى **صورة كسر**

$3\frac{4}{8}, 5\frac{7}{9}$

هذه الصوره للكسر غير الحقيقي تسمى **عدد كسري** أو كسر مُختلط

يمكن الانتقال من صورة الى أخرى كالتالي:

الأنتقال من عدد كسري الى صورة كسر:

$$3\frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 4}{5} = \frac{19}{5}$$

البسط في صورة الكسر هو: العدد الصحيح × المقام + البسط.

أما المقام فيبقى نفسه.

أنتبه! أن معنى الـ3 في العدد الكسري $3\frac{4}{5}$ هو 3 مرات المقام 5 .

الانتقال من عدد كسري الى صورة كسر:-

مثال :

$\frac{19}{3} = ?$

اولا : نفحص كم مرة 3 (المقام) يوجد في الـ 19 (البسط) لذلك نقسم 19:3 ونأخذ العدد الصحيح بالنتيجة (19:3=6) بالـ19 يوجد 6 مرات 3 لأن (3·6=18) ولذلك $\frac{19}{3} = 6\frac{\ }{3}$

والسؤال الآن ما هو العدد الباقي من الـ19 ؟

بما انه يوجد 6 مرات 3 ،اي بالمجموع 18 اي من الـ19 "استغلينا" 18 وبالتالي الباقي هو 1

إذاً : $\frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$

1. حوّل كلاً من الكسور المختلفة (الاعداد الكسرية) الآتية إلى صورة كسر:-

(1). $1\frac{3}{4} =$　(2). $5\frac{3}{7} =$　(3). $4\frac{6}{11} =$

(4). $8\frac{2}{9} =$　(5). $7\frac{4}{10} =$　(6). $2\frac{4}{5} =$

(7). $6\frac{3}{13} =$　(8). $16\frac{2}{3} =$　(9). $13\frac{1}{4} =$

(10). $11\frac{8}{9} =$

---

2. حوّل كلاً من صور الكسور الآتية إلى عدد كسري (كسر مختلف)

(1). $\frac{33}{8} =$　(2). $\frac{25}{4} =$　(3). $\frac{10}{3} =$

(4). $\frac{29}{7} =$　(5). $\frac{36}{8} =$　(6). $\frac{102}{16} =$

(7). $\frac{89}{5} =$　(8). $\frac{109}{15} =$　(9). $\frac{107}{3} =$

(10). $\frac{100}{12} =$

حلول السؤال الأول:

(1). $1\frac{3}{4}=\frac{1\cdot 4+3}{4}=\frac{4+3}{4}=\frac{7}{4}$

(2). $5\frac{3}{7}=\frac{5\cdot 7+3}{7}=\frac{35+3}{7}=\frac{38}{7}$

(3). $4\frac{6}{11}=\frac{4\cdot 11+6}{11}=\frac{44+6}{11}=\frac{50}{11}$

(4). $8\frac{2}{9}=\frac{8\cdot 9+2}{9}=\frac{72+2}{9}=\frac{74}{9}$

(5). $7\frac{4}{10}=\frac{7\cdot 10+4}{10}=\frac{70+4}{10}=\frac{74}{10}$

(6). $2\frac{4}{5}=\frac{2\cdot 5+4}{5}=\frac{10+4}{5}=\frac{14}{5}$

(7). $6\frac{3}{13}=\frac{6\cdot 13+3}{13}=\frac{78+3}{13}=\frac{81}{13}$

(8). $16\frac{2}{3}=\frac{16\cdot 3+2}{3}=\frac{48+2}{3}=\frac{50}{3}$

(9). $13\frac{1}{4}=\frac{13\cdot 4+1}{4}=\frac{52+1}{4}=\frac{53}{4}$

(10). $11\frac{8}{9}=\frac{11\cdot 9+8}{9}=\frac{99+8}{9}=\frac{107}{9}$

حلول السؤال الثاني:

(1). $\frac{33}{8}=(32:8=4)=4\frac{1}{8}$

(2). $\frac{25}{4}=(24:4=6)=6\frac{1}{4}$

(3). $\frac{10}{3}=(9:3=3)=3\frac{1}{3}$

(4). $\frac{29}{7}=(28:7=4)=4\frac{1}{7}$

(5). $\frac{36}{8}=(32:8=4)=4\frac{4}{8}$

(6). $\frac{102}{16}=(96:16=6)=6\frac{6}{16}$

(7). $\frac{89}{5}=(85:5=17)=17\frac{4}{5}$

(8). $\frac{109}{15}=(105:15=7)=7\frac{4}{15}$

(9). $\frac{107}{3}=(105:3=35)=35\frac{2}{3}$

(10). $\frac{100}{12}=(96:12=8)=8\frac{4}{12}$

العمليات الحسابيه مع الكسور :

جمع وطرح الكسور :

يمكن جَمعِ وطرح الكسور التي لها نفس المقام بصورة مباشرة بواسطة جمع / طرح، البسط في الكسور التي في العملية الحسابية .

مثال :

$$\frac{10}{20}+\frac{7}{20}-\frac{14}{20}=\frac{10+7-14}{20}=\frac{3}{20}$$

$$\frac{9}{15}+\frac{8}{15}-\frac{11}{15}=\frac{9+8-11}{15}=\frac{6}{15}$$

كيف نحل اذا كان المقام مختلف؟

مثلاً : $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}-\frac{1}{2}=?$

لكي نجمع / نطرح كسور لها مقام مختلف يجب ان نقوم بتوسيع (أو اختزال) الكسور بحيث يصبح لها نفس المقام ومن ثم نقوم بتنفيذ العملية ,كما فعلنا سابقًا .

نحل المثال :

نوسع الكسور بحيث يصبح لها نفس المقام .

المقام الذي نوسع الكسور ونجلبهم اليه هو المقام الذي يقسم على 2 و5 و4 .

وهنالك عدة مقامات (اعداد) كهذه مثل 20 ، 40 ، 60.... كل هذه الأعداد نُسميها المقام المشترك .

المقام المشترك : هو العدد الذي يقسم على كل المقامات في عملية الجمع / الطرح .

المقام المشترك البسيط : هو أصغر مقام مشترك.

في المثال السابق اصغر مقام مشترك (البسيط) هو 20 .

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}-\frac{1}{2}=\frac{\quad}{20}+\frac{\quad}{20}-\frac{\quad}{20}$$

ملاحظه : حاصل ضرب المقامات هو أحد المقامات المشتركة المُمكنة .

وحسب المثال السابق :

العدد $2\cdot4\cdot5=40$ هو أحد المقامات المشتركة

الآن نعود ونحل المثال أعلاه :

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}-\frac{1}{2}=\frac{}{20}+\frac{}{20}-\frac{}{20}$$

(الاشارات بين الكسور تبقى كما هي)

والآن نفحص ماذا يجب أن يكون البسط في كل كسر (كما فعلنا بالتمارين السابقة):

نجد العدد الذي ضربنا به في توسيع المقامات، ونضربه بالبسط الملائم.

بالنسبه للكسر $\frac{3}{4}$ نقسم 20 على 4 ونجد التكبير: $\frac{20}{4}=5$ ....أي كبرنا المقام 5 مرات

لذلك يصبح البسط $3\times5\longrightarrow15$. أي $\frac{3}{4}=\frac{15}{20}$ (كبرنا البسط والمقام × 5).

نُنفذ العملية نفسها مع بقية الكسور نحصل على الوضع التالي :

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}-\frac{1}{2}=\frac{15}{20}+\frac{8}{20}-\frac{10}{20}=\frac{15+8-10}{20}=\frac{13}{20}$$

مثال إضافي :

$$\frac{4}{7}-\frac{11}{14}+\frac{1}{2}=\frac{}{14}-\frac{}{14}+\frac{}{14}$$

مقام مشترك بهذه الحاله هو 14 (المقام الأكبر من بين الثلاثة لأنه يقسم على 7 و 2 أيضاً)

والبسط يصبح كالتالي :-

$\frac{1}{2}=\frac{7}{14}$ (التكبير بـ 7) $\frac{11}{14}=\frac{11}{14}$ (التكبير بـ 1) , $\frac{4}{7}=\frac{8}{14}$ (التكبير بـ 2)

وبالتالي يمكن تنفيذ هذه العمليه مباشرة :

$$\frac{4}{7}-\frac{11}{14}+\frac{1}{2}=\frac{8-11+7}{14}=\frac{4}{14}=\frac{2}{7}$$

جمع وطرح مع اعداد كسرية:

$$1\frac{5}{12}+\frac{3}{8}-\frac{7}{24}=?$$

قبل تنفيذ العملية الحسابية نحوّل الاعداد الكسرية لصورة كسر. فتصبح كالتالي :-

$$\frac{1\cdot 12+5}{12}+\frac{3}{8}-\frac{7}{24}=\frac{17}{12}+\frac{3}{8}-\frac{7}{24}=\frac{34+9-7}{24}=\frac{36}{24}=1\frac{12}{24}=1\frac{1}{2}$$

ضرب الكسور

عملية ضرب الكسور تُنفذ بواسطة ضرب البسط في البسط والمقام في المقام.

مثال :

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}=\frac{3\cdot 5}{4\cdot 6}=\frac{15}{24}$$

مثال إضافي :

$$\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{5}=\frac{4\cdot 3}{10\cdot 5}=\frac{12}{50}$$

قسمة الكسور :

في عملية قسمة الكسور نقوم بتحويل العملية الى عملية ضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني .

ملاحظة : مقلوب عدد هو : $\frac{1}{\text{العدد}}$.

مثلاً : مقلوب 5 هي $\frac{1}{5}$ ومقلوب $\frac{2}{3}$ هي : $\frac{3}{2}=\frac{1}{\frac{2}{3}}=\frac{2}{3}$

إنتبه! إن مقلوب كسر هو تبديل البسط والمقام

نعود لقسمة الكُسور

مثال :

$$\frac{4}{5}:\frac{1}{2}=؟$$

$$\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{1}\rightarrow\frac{4\cdot 2}{5\cdot 1}=\frac{8}{5}$$

<u>مثال إضافي</u> :

$$\frac{3}{4}:\frac{5}{8}=\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{5}=\frac{24}{20}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$$

جد نتيجة العمليات الحسابية مع الكسور الآتية:-

(1) $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$

(2) $\frac{3}{4}+\frac{1}{5}-\frac{3}{10}$

(3) $2\frac{3}{4}-3\frac{2}{5}+1\frac{7}{10}$

(4) $5\frac{2}{3}-4\frac{1}{2}+3\frac{4}{5}$

(5) $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}$

(6) $\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{10}$

(7) $1\frac{3}{5}\cdot 2\frac{4}{7}$

(8) $1\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{3}{7}:2\frac{5}{7}$

(9) $1\frac{3}{5}-\frac{1}{4}:\frac{2}{3}$

(10) $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{10}:\frac{4}{5}$

الحلول :

(1) $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{6-8+9}{12}=\frac{7}{12}$

(2) $\frac{3}{4}+\frac{1}{5}-\frac{3}{10}=\frac{15+4-6}{20}=\frac{13}{20}$

(3) $2\frac{3}{4}-3\frac{2}{5}+1\frac{7}{10}=\frac{2\cdot4+3}{4}-\frac{3\cdot5+2}{5}+\frac{1\cdot10+7}{10}=\frac{11}{4}-\frac{17}{5}+\frac{17}{10}=\frac{55-68+34}{20}=\frac{21}{20}$

(4) $5\frac{2}{3}-4\frac{1}{2}+3\frac{4}{5}=\frac{5\cdot3+2}{3}-\frac{4\cdot2+1}{2}+\frac{3\cdot5+4}{5}=\frac{17}{3}-\frac{9}{2}+\frac{19}{5}=\frac{170-135+114}{30}=\frac{149}{30}=4\frac{29}{30}$

(5) $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2\cdot3}{4\cdot5}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

(6) $\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{10}=\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{10}=\frac{21}{70}=\frac{3}{10}$

(7) $1\frac{3}{5}\cdot2\frac{4}{7}=\frac{1\cdot5+3}{5}\cdot\frac{2\cdot7+4}{7}=\frac{8}{5}\cdot\frac{18}{7}=\frac{144}{35}=4\frac{4}{35}$

(8) $1\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{3}{7}:2\frac{5}{7}=\frac{1\cdot3+2}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{3}{7}:\frac{2\cdot7+5}{7}=\frac{5}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{3}{7}:\frac{19}{7}=\frac{15}{15}+\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{19}=1+\frac{3}{19}=1\frac{3}{19}$

(9) $1\frac{3}{5}-\frac{1}{4}:\frac{2}{3}=\frac{5\cdot1+3}{5}-\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{2}=\frac{8}{5}-\frac{3}{8}=\frac{64-15}{40}=\frac{49}{40}=1\frac{9}{40}$

(10) $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{10}:\frac{4}{5}=\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{5}{4}=\frac{30}{160}=\frac{3}{16}$

<u>كيف نقارن بين كسرين وكيف نُحدد أيهما أكبر ؟</u>

لكي نحدد أيهما الأكبر بين كسرين هنالك طريقتان:

<u>الأولى :</u> أن نجعل البسط نفسه في الكسرين (نوسع الكسرين أو نختزلهما لنحصل على نفس البسط) ومن ثم نحدد أيهما أكبر.

<u>الثانية :</u> أن نجعل المقام نفسه في الكسرين (نوسّع الكسرين أو نختزلهما لنحصل على نفس المقام) ومن ثم نُحدد أيهما أكبر.

<u>مثال:</u> أيهما أكبر $\frac{3}{5}$ أو $\frac{7}{9}$ ؟

<u>بحسب الطريقة الأولى:</u>

نوسّع الكسر الأول بواسطة ضربه بِ 7 ونوسع الكسر الثاني بواسطة ضربه بِ 3.

وعندها الكسر الأول يصبح $\frac{3\cdot7}{5\cdot7} \leftarrow \frac{21}{35}$ والكسر الثاني يصبح $\frac{7\cdot3}{9\cdot3} \leftarrow \frac{21}{27}$.

إذًا حصلنا على كسرين لهما نفس البسط $\frac{21}{27}$ و $\frac{21}{35}$ وبما أن الكسرين موجبين لذلك الكسر الذي مقامه أصغر هو الأكبر.

> **إذا كان لكسرين موجبين نفس البسط إذًا الكسر الذي مقامه أصغر هو الأكبر (أو العكس : الذي مقامه أكبر هو الأصغر)**

<u>بحسب الطريقة الثانية:</u>

نجعل المقام نفسه في الكسرين بواسطة توسيعهم.

نضرب الكسر الأول بِ 9 ونحصل على $\frac{3\cdot9}{5\cdot9} \leftarrow \frac{27}{45}$

نضرب الكسر الثاني بِ 5 ونحصل على $\frac{7\cdot5}{9\cdot5} \leftarrow \frac{35}{45}$

وبهذه الحالة حصلنا على كسرين لهما نفس المقام وموجبين وبالتالي الكسر الذي بسطه أكبر هو الأكبر.

> **إذا كان لكسرين موجبين نفس المقام إذًا الكسر الذي بسطه أكبر هو الأكبر.**
> **(أو الذي مقامه أصغر هو الأصغر)**

<u>مثال 2:</u>

أيهما أكبر $-\frac{3}{10}$ أو $-\frac{5}{13}$؟

<u>**بحسب الطريقة الأولى:**</u>

نوسع الكسرين لنحصل على نفس البسط.

الكسر $-\frac{3}{10}$ نضربه بِ 5 ونحصل على $\frac{-3\cdot5}{10\cdot5}=\frac{-15}{50}$

الكسر $\frac{-5}{13}$ نضربه بِ 3 ونحصل على $\frac{-5\cdot3}{13\cdot3}=\frac{-15}{39}$

ملاحظة:

في الكسر السالب يمكن أن نضع أشارة الناقص للبسط وعندها المقام موجب أو للمقام وعندها البسط موجب.

وبهذه الحالة سنعتبر اشارة الناقص للبسط أي الكسرين هما $\frac{-15}{50}$ و $\frac{-15}{39}$

وايضًا هنا بما أن الكسرين سالبين ولهم نفس البسط السالب إذًا الكسر الذي مقامه أكبر هو الأكبر .(50) أكبر من (39) ولذلك الكسر $\frac{-15}{50}$ هو الأكبر.

إذا كان لكسرين سالبين نفس <u>البسط السالب</u> فإن الكسر الذي مقامه الموجب أكبر هو الأكبر.

<u>**بحسب الطريقة الثانية:**</u>

نوسع الكسرين لنحصل على نفس المقام.

نضرب الكسر الأول بِ 13 ونحصل على $\frac{3\cdot13}{-10\cdot13}\leftarrow\frac{39}{-130}$ والثاني بِ 10 ونحصل على $\frac{5\cdot10}{-13\cdot10}\leftarrow\frac{50}{-130}$

وبهذه الحالة حصلنا على كسرين لهم نفس المقام السالب إذًا الكسر الذي بسطه الموجب أصغر هو الأكبر.(او الكسر الذي بسطه أكبر هو الأصغر).

أي الكسر $\frac{39}{-130}$ بسطه (39) أصغر من الكسر $\frac{50}{-130}$ (50) وبالتالي هو الأكبر.

إذا كان لكسرين سالبين نفس المقام السالب ،إذاً الكسر الذي بسطه الموجب أصغر هو الأكبر (والعكس صحيح).

تلخيص المقارنة بين كسرين موجبين

نُوسع الكسرين ونجليهم لنفس البسط أو نفس المقام

- إذا كان للكسرين بعد التوسيع نفس البسط إذا الكسر الذي مقامه أكبر هو الأصغر (أو العكس).
- إذا كان للكسرين بعد التوسيع نفس المقام إذا الكسر الذي بسطه أكبر هو الأكبر.

تلخيص المقارنة بين كسرين سالبين

نُوسع الكسرين ونجليهم لنفس البسط أو نفس المقام السالب.
(في الكسر السالب يُمكننا أن نضع اشارة الناقص بجانب البسط او بجانب المقام)

- إذا كان للكسرين بعد التوسيع نفس البسط السالب إذا الكسر الذي مقامه الموجب أكبر هو الأكبر.
- إذا كان للكسرين بعد التوسيع نفس المقام السالب إذا الكسر الذي بسطه الموجب أكبر هو الأصغر (والعكس صحيح).

تمارين:

أ. حَدِد أيهما أكبر $\frac{2}{3}$ أم $\frac{15}{22}$؟

ب. حدد أيهما أكبر $\frac{3}{8}$ أم $\frac{6}{11}$؟

ج. حدد أيهما أكبر $\frac{5}{12}$ أم $\frac{13}{19}$؟

د. حدد أيهما أكبر $\frac{-3}{4}$ أم $\frac{-5}{6}$؟

هـ. حدد أيهما أكبر $\frac{-2}{7}$ أم $\frac{-3}{9}$؟

و. حدد أيهما أكبر $\frac{-2}{3}$ أم $\frac{-15}{22}$؟

حلول:

أ. نجلب الكسرين لنفس البسط:

نوسع الكسر الأول بِ 15 فنحصل على $\frac{2\cdot15}{3\cdot15}=\frac{30}{45}$

نوسع الكسر الثاني بِ2 فنحصل على $\frac{2\cdot15}{2\cdot22}=\frac{30}{44}$

بما أن الكسرين موجبين ولهم نفس البسط لذلك الكسر الذي مقامه أكبر هو الأصغر أي الكسر $\frac{30}{45}$ أصغر من $\frac{30}{44}$.

ب. إذا وسعنا الكسر الأول $\frac{3}{8}$ بِ2 سنحصل على بسط 6 وهو نفس البسط في الكسر الثاني لذلك $\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{2}=\frac{6}{16}$ (وليس هنالك حاجة لتوسيع الكسر الثاني لأن فيه البسط 6) أما الثاني فهو $\frac{6}{11}$ وبما أن الكسرين موجبين ولهم نفس البسط لذلك الكسر $\frac{6}{11}$ أكبر من $\frac{6}{16}$.

ج. نوسّع الكسرين ونجلبهم لنفس البسط.

نوسع الكسر الأول بِ 13 ونحصل على $\frac{5\cdot13}{12\cdot13}=\frac{65}{156}$

و نوسع الكسر الثاني بِ 5 ونحصل على $\frac{13\cdot5}{19\cdot5}=\frac{65}{95}$

للكسرين نفس البسط ولذلك الذي مقامه أصغر هو الأكبر لذلك الكسر $\frac{65}{95}$ أكبر من $\frac{65}{156}$.

د. نوسّع الكسرين ونجلبهم لنفس المقام.

نوسع الكسر $\frac{-3}{4}$ بِ 6 ونحصل على $\frac{3\cdot6}{-4\cdot6}=\frac{18}{-24}$

و نوسع الكسر $\frac{-5}{6}$ بِ 4 ونحصل على $\frac{5\cdot4}{-6\cdot4}=\frac{20}{-24}$

بما أن الكسرين سالبين ولهم نفس المقام السالب إذًا الكسر الذي بسطه الموجب أصغر هو الأكبر. 20 أكبر من 18 لذلك $\frac{18}{-24}$ أكبر من $\frac{20}{-24}$.

هـ. نوسّع الكسرين ونجلبهم لنفس المقام:

نوسع الكسر $\frac{-2}{7}$ بِ 9 ونحصل على $\frac{2\cdot 9}{-7\cdot 9}=\frac{18}{-63}$

نوسع الكسر $\frac{-3}{9}$ بِ 7 ونحصل على $\frac{3\cdot 7}{-9\cdot 7}=\frac{21}{-63}$

وبما أن للكسرين نفس المقام السالب إذًا الكسر الذي بسطه أكبر هو الأصغر.

21 أكبر من 18 لذلك $\frac{21}{-63}$ أصغر من $\frac{18}{-63}$.

و. نوسّع الكسرين ونجلبهم لنفس البسط:

نوسع الأول بِ 15 فنحصل على $\frac{-2\cdot 15}{3\cdot 15}=\frac{-30}{45}$

نوسع الثاني بِ 2 فنحصل على $\frac{-15\cdot 2}{22\cdot 2}=\frac{-30}{44}$

الكسرين سالبين ولهم نفس البسط لذلك الكسر الذي مقامه أكبر هو الأكبر أي $\frac{-30}{45}$ أكبر من $\frac{-30}{44}$.

الكسور العَشريه :

كسر عشري : هو كسر مقامه 10 , 100 , 1000 , ...(أي 10 للقوى عدد صحيح)

أمثله : $\frac{5}{10}$ $\frac{19}{100}$ $\frac{81}{1000}$

تُكتب الكسور العشريه أيضاً كالتالي: 0.23 ، 0.057 (كما تظهر لنا بالالة الحاسبة)
وتُسمى الطريقة العشرية لكتابة الكسور العشرية.

كيف ننتقل من صورة لأخرى في الكسور العشرية :

كما رأينا للكسر العشري هنالك صورتان :

الأولى : ككسر عادي لكن المقام هو 10 ،100 ، 1000 ....

الثانية : كما تُكتب بالحاسبة 0.23 0.057

الأنتقال من صورة الكسر إلى صورة الآلة الحاسبة (الصورة العشرية) يكون كالتالي:

عدد الأصفار في المقام يُحدد لنا عدد المنازل بعد الفاصلة العشرية والبسط هو العدد الذي يجب أن يكون بعد الفاصلة .

مثال:

في الكسر $\frac{13}{100}$ في المقام هنالك صفران ولذلك بعد الفاصلة يجب أن يكون عددين
وبالتالي يتحقق: $\frac{13}{100} = 0.13$

مثال إضافي :

في الكسر $\frac{235}{1000}$ في المقام هنالك 3 أصفار ولذلك بعد الفاصلة يجب أن يكون 3 أعداد
وبالتالي يتحقق: $\frac{235}{1000} = 0.235$.

مثال إضافي :

في الكسر $\frac{35}{1000}$ في المقام هنالك 3 أصفار ولذلك بعد الفاصلة يجب أن يكون 3 أعداد ولكن البسط فيه عددين لذلك بهذه الحالة لكي يصبح 3 أعداد بعد الفاصلة نُضيف صفر بعد الفاصلة مباشرة أي يتحقق: $\frac{35}{1000} = 0.035$.

ملاحظة :

إذا كان عدد المنازل في بسط الكسر العشري أقل من عدد الأصفار في المقام إذا نضيف صفر (أو أكثر من صفر) مباشرةً بعد الفاصلة العشرية، حتى يُصبح عدد المنازل بعد الفاصلة مُساوٍ لعدد الأصفار في المقام.

الأنتقال من صورة الآلة الحاسبة (الصورة العشرية) إلى صورة الكسر يكون كالتالي:

عدد المنازل بعد الفاصلة العشرية في صورة الكسر العشري يُحدد لنا عدد الأصفار في المقام ؛ والبسط هو العدد الذي بعد الفاصلة .

مثال :

الكسر العشري ؟ = 0.18 فيه عددان بعد الفاصله أي هنالك صفران في المقام أي المقام هو 100 والبسط هو العدد بعد الفاصلة ؛أي يتحقق: $\frac{18}{100} = 0.18$

مثال إضافي:

الكسر العشري ؟ = 0.057 فيه 3 أعداد بعد الفاصله أي هنالك 3 أصفار في المقام أي المقام هو 1000 والبسط هو العدد بعد الفاصلة ؛أي يتحقق: $\frac{57}{1000} = 0.057$.

مثال إضافي:

الكسر العشري ؟ = 0.980 فيه 3 أعداد بعد الفاصله أي هنالك 3 أصفار في المقام أي المقام هو 1000 والبسط هو العدد بعد الفاصلة ؛أي يتحقق: $\frac{980}{1000} = 0.980$

وواضح أننا يُمكن أختزال صفر من البسط مع صفر من المقام والحصول على :

$\frac{98}{100} = 0.980$

أنتبه إلى أن الصفر على يمين العدد ،في الطريقة العشرية لكتابة الكسر العشري، لا يُؤثر على قيمة العدد ولذلك يُمكن إزالته دون أن يؤثر على قيمة الكسر أي $0.98 = 0.980$.

ملاحظة :

الأصفار التي على يمين العدد بعد الفاصلة لا تُعتبر ولا تُحسب ولا تؤثر على قيمة الكسر .

الانتقال من كسر عادي الى كسر عشري .

الانتقال من كسر عادي الى كسر عشري يكون بواسطة قسمة البسط على المقام كالتالي :

مثال :

$$\frac{1}{4} = ?$$

نقسم البسط على المقام وفي كل مرحلة نُضيف صفر على يمين العدد الذي نحصل عليه في نهاية المرحلة، ونتابع هذا التسلسل حتى ننهي عملية القسمة.

$$\begin{array}{r|l} & 0.25 \\ \hline 4 & 10 \\ & -8 \\ \hline & 20 \\ & -20 \\ \hline & 00 \end{array}$$

البسط 1 لا يقسم على 4 لذلك نضيف صفر على يمينه ليصبح 10 وفي حاصل القسمة نضع 0 وفاصلة عشرية وعندها نقسم 10 على 4 العدد الصحيح من حاصل قسمة 10 على 4 هو 2 والباقي 2 ولذلك نضع 2 في نتيجة حاصل القسمة ونضع 8 تحت ال 10 في العملية ($4\times2=8$) ثم نطرح ($10-8=2$) ونضع 2 في حاصل الطرح ونضيف صفر على يمين ال 2 ،نحصل على 20. نقسم 20 على 4 نحصل على 5 بدون باقي وبهذا نكون قد أنهينا العملية وحصلنا على:

$$\frac{1}{4} = 0.25$$

مثال :

$\frac{3}{8} = ?$

```
      0.375
8 |  30
     24
     --
     60
     56
     --
     40
     40
     --
      0
```

البسط 3 لا يقسم على 8 لذلك نضيف صفر على يمينه ليصبح 30 وفي حاصل القسمة نضع 0 وفاصلة عشرية وعندها نقسم 30 على 8 العدد الصحيح من حاصل قسمة 30 على 8 هو 3 والباقي 6 ولذلك نضع 3 في نتيجة حاصل القسمة ونضع 24 تحت ال 30 في العملية (8×3=24) ثم نطرح (6=24-30) ونضع 6 في حاصل الطرح ونضيف صفر على يمين ال 6 ،نحصل على 60. نقسم 60 على 8 نحصل على7 والباقي 4 ولذلك نضع 7 في نتيجة حاصل القسمة ونضع 56 تحت ال 60 في العملية (8×7=56) ونضيف صفر على يمين ال 4 ،نحصل40 نقسم 40 على 8 ونحصل على 5 وبدون باقي وبهذا نكون قد أنهينا العملية وحصلنا على:

$\frac{3}{8} = 0.375$.

1. حوّل الكسور العادية الآتية إلى كسور عشرية:-

(1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{3}{6}$ (3) $\frac{5}{8}$ (4) $\frac{9}{12}$ (5) $\frac{10}{16}$

الأجابات :

(1) $\frac{4}{5} = 0.8$ (2) $\frac{3}{6} = 0.5$ (3) $\frac{5}{8} = 0.625$ (4) $\frac{9}{12} = 0.75$ (5) $\frac{10}{16} = 0.625$

العمليات الحسابية مع الكسور العشرية :

جمع وطرح الكسور العشرية

في جمع وطرح الكسور العشريه نُرتب الأعداد التي في العملية من اليسار الى اليمين تحت بعض ونجمع / نطرح بشكل عادي كما في الاعداد.

أمثلة :

$0.539+0.28-0.015=?$

نرتب الاعداد بترتيب عمودي من اليسار الى اليمين تحت بعض بحيث يكون عدد المنازل بعد الفاصلة نفسه؛ وإذا لم يكن عدد المنازل نفسه نُضيف أصفار على يمين الكسر ....

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 0.539 \\ +\ 0.280 \\ -0.015 \\ \hline 0.804 \end{array}$$

أضفنا صفر الى اليمين لكي يكون نفس عدد المنازل بعد الفاصله.هذه العملية لا تُغير قيمة الكسر العشري.

ضرب الكسور العشرية :

في عملية ضرب الكسور العشرية نقوم بتنفيذ العملية على مرحلتين :

مرحله (أ) : ضرب الاعداد التي بعد الفاصلة وكأنها عملية ضرب عاديه بين أعداد .

مرحلة (ب) : تحديد مكان الفاصلة في النتيجة :

مثال :

$$\begin{array}{r} 0.32 \\ \times\ 0.25 \\ \hline \end{array}$$

نضرب الأعداد 25×32 بشكل عادي ونحصل على النتيجة:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 32 \\ \times\ 25 \\ \hline 160 \\ +\ 64 \\ \hline 800 \end{array}$$

بعد ضرب الأعداد بقي علينا أن نُحدد مكان الفاصلة وذلك حسب القاعدة التالية :
عدد المنازل بعد الفاصلة في النتيجة يجب أن يكون مساوٍ لمجموع المنازل في العددين الذين ضربناهم.

في الأعداد التي ضربناها يوجد 4 منازل بالمجموع وفي النتيجة يوجد 3 منازل لذلك نضيف صفر واحد بعد الفاصلة مباشرةً لكي يُصبح 4 منازل بعد في الفاصلة ، أي أن نتيجة حاصل الضرب هي :

$$\begin{array}{r} 0.32 \\ \times\ 0.25 \\ \hline 0.0800 \end{array}$$

وواضح أن الأصفار على اليمين لا تأثير لها ويمكن إلغائها بعد تحديد النتيجة النهائية أي أن نتيجة حاصل الضرب هي 0.08 .

<u>مثال إضافي</u> :

$$\begin{array}{r} 0.02 \\ \times\ 0.13 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.02 \\ \times\ 0.13 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{نضرب الأعداد}} \begin{array}{r} 2 \\ \times\ 13 \\ \hline 26 \end{array}$$

في الأعداد التي ضربناها يوجد 4 منازل بالمجموع وفي النتيجة يوجد منازلتين لذلك نضيف صفرين بعد الفاصلة مباشرةً لكي يُصبح 4 منازل بعد في الفاصلة ، أي أن نتيجة حاصل الضرب هي :

$$\begin{array}{r} 0.02 \\ \times\ 0.13 \\ \hline 0.0026 \end{array}$$

<u>ملاحظة</u>:

اذا ضربنا كسر عشري بـ10 فَنُحَرّك الفاصلة الى اليسار منزلة واحدة واذا ضربنا بـ100 فنحركها منزلتين الى اليسار وهكذا ... .

<u>أمثلة :</u>

$$\begin{array}{r} 0.573 \\ \times\ 100 \\ \hline 57.3 \end{array} \quad \text{أو} \quad \begin{array}{r} 0.12 \\ \times\ 10 \\ \hline 1.2 \end{array}$$

قسمة الكسور العشرية :

في قسمة الكسور العشريه ننفذ العملية حسب المراحل التالية :

أ- نكتب الكسور على صورة بسط ومقام .

ب- نقسم الكسرين الناتجين حسب قسمة الكسور .

مثال :

$$0.34:0.68 \quad \longrightarrow \quad \frac{34}{100}:\frac{68}{100}=\frac{34}{\cancel{100}}\cdot\frac{\cancel{100}}{68}=\frac{34}{68}=\frac{1}{2}=0.5$$

$$0.32:0.8 \;\longrightarrow\; \frac{32}{\cancel{100}}\cdot\frac{\cancel{10}}{8}=\frac{\cancel{32}}{10}\cdot\frac{1}{\cancel{8}}=\frac{4}{10}\cdot 1=0.4$$

ملاحظة :

اذا قسمنا كسر عشري على 10 نحرك الفاصلة منزلة واحدة الى اليمين ونضيف أصفار بعد الفاصلة.

أمثلة :

1) $0.5:10 \longrightarrow 0.05$

2) $0.205:100 \longrightarrow 0.00205$

تمارين في الكسور العشرية

1. جد نتيجة العمليات بالكسور العشرية الآتية؟

1) $0.245+0.38+0.015=$

2) $0.52-0.31+0.16=$

3) $1.75-0.92=$

4) $0.23\bullet 0.04=$

5) $0.5\bullet 0.6\bullet 0.2=$

6) $0.2:0.45=$

7) $0.5\cdot 0.3+0.5:0.4=$

8) $0.9\cdot 0.2+1.5:0.3=$

حلول 1:

(1)
$$\begin{array}{r} 0.254 \\ +0.380 \\ +0.015 \\ \hline 0.649 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 0.52 \\ -0.31 \\ +0.16 \\ \hline 0.37 \end{array}$$

(3)
$$\begin{array}{r} 1.75 \\ -0.92 \\ \hline 0.83 \end{array}$$

(4) $0.23 \cdot 0.04 \Rightarrow 23 \cdot 4 = 92$

مجموع المنازل التي بعد الفاصلة في العددين هو 4 لذلك الجواب هو 0.0092.

(5) $0.5 \cdot 0.6 \cdot 0.2 = 5 \cdot 6 \cdot 2 = 60$

مجموع المنازل التي بعد الفاصلة في الاعداد الثلاثة هو 3 لذلك الجواب هو 0.060 أو 0.06

(6) $0.2:0.45 = \frac{2}{10} : \frac{45}{100} = \frac{2}{\cancel{10}} \cdot \frac{10\cancel{0}}{45} = \frac{20}{45}$

(7) $0.5 \cdot 0.3 + 0.5:0.4 =$

$0.5 \cdot 0.3 = 0.15$

$0.5:0.4 = 1.25$

$0.15 + 1.25 = 1.4$

(8) $\underbrace{0.9 \cdot 0.2} + \underbrace{1.5:0.3} =$

أولاً: $0.9 \cdot 0.2 = 0.18$

ثانياً: $1.5:0.3 = \frac{150}{100} : \frac{3}{10} = \frac{150}{100} \cdot \frac{10}{3} = \frac{15}{3} = 5$

$0.18 + 5 = 5.18$